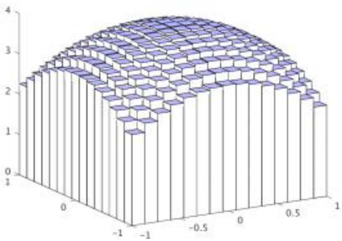
Sammanfattning Föreläsning 10

- Dubbelintegraler definerade med Riemannsummor

$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \lim_{m,n\to\infty} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}, y_{ij})\Delta R$$

(om gränsvärdet existerar,
då är f **integrerbar**)



Om $f(x,y) \geq 0$ ger integralen volymen
av området mellan D och $z = f(x,y)$

Sats Om f kontinuerlig på D så är f integrerbar på D

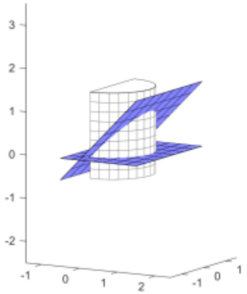
Sats Om f kontinuerlig på D=[a,b]x[c,d] så är

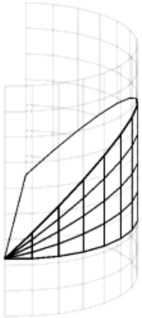
$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y) dy \right) dx$$

$$= \int_c^d \left(\int_a^b f(x,y) dx \right) dy$$

(Integralerna på höger sida kallas **upprepade integraler**)

- **Exempel** Vill beräkna volymen av området som ligger innanför halvcylindern $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ och mellan planen $z = 0$ och $z = x$.





Bör ges av $\iint_D f(x,y)\, dA$ där $f\left(x,y\right) = x$ är höjden. Skall idag ge mening åt sådana integraler när D inte en rektangel.