Sammanfattning Föreläsning 3

- Gränsvärde av funktioner $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$ om

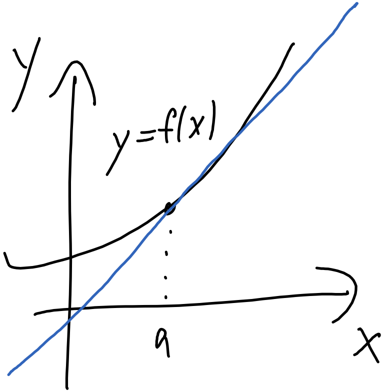
  "f(x,y) *kommer hur nära* L *som helst,*
  så länge (x,y) *är tillräckligt nära* (a,b)" (informell definition)

- $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$, $\lim_{(x,y)\to(a,b)} g(x,y) = M \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)g(x,y) = L \cdot M$ osv.

- f(x,y) *kontinuerlig* i (a,b) om $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = f(a,b)$

Tangentplan till en graf z=f(x,y)

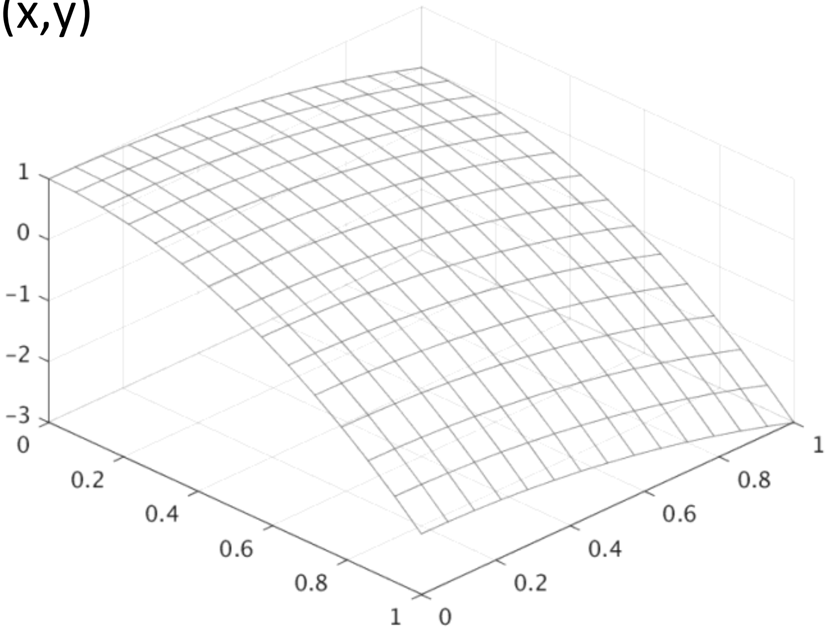
Tangentlinje till graf y=f(x) kring a är
"bästa approximation av f nära a med en linje"



tangentlinje y=f(a)+f'(a)(x-a)

Vill göra motsvarande i två variabler:
Tangentplan till graf z=f(x,y) kring (a,b) är
"bästa approximation av f nära (a,b) med ett plan"

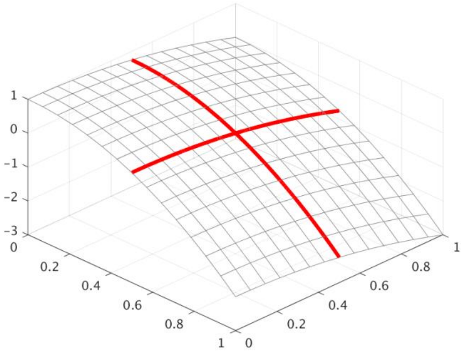
z=f(x,y)

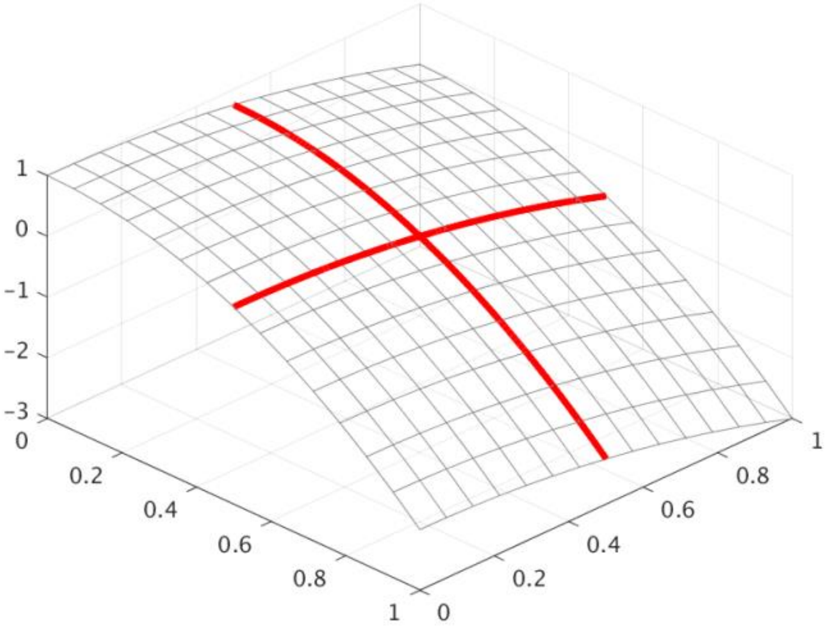


Fixera en punkt (a,b).
Får två naturliga kurvor genom (a,b) på grafen z=f(x,y) om fixerar a eller b:

$$\mathbb{r}_1(x) = (x, b, f(x,b))$$

$$\mathbb{r}_2(y) = (a, y, f(a,y))$$





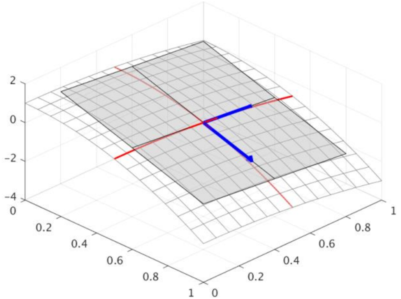
Kurvor $\mathbf{r}_1$ och $\mathbf{r}_2$
där x=0.5 eller
y=0.5 fixerade

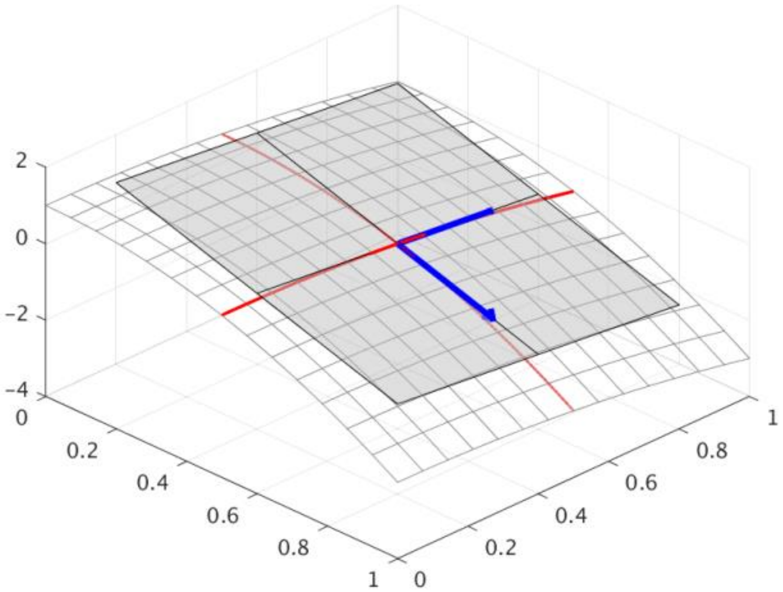
Tangentvektorerna $\mathbb{r}_1'(a)$ och $\mathbb{r}_2'(b)$ bör kunna användas för att ge bra approximation av f längs $\mathbb{r}_1$ och $\mathbb{r}_2$.

Definition

Tangentplanet till z=f(x,y) vid (x,y) = (a,b) är det plan som går genom (a,b,f(a,b)) och som innehåller riktningsvektorerna

$\mathbb{r}_1'(a)$ och $\mathbb{r}_2'(b)$.





Tangentplanet till z=f(x,y) i (0.5, 0.5)