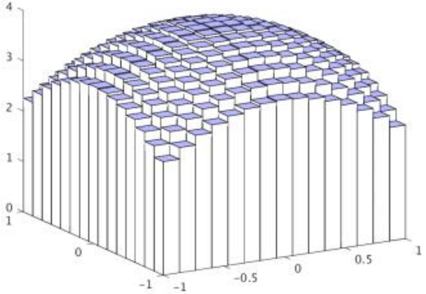
Sammanfattning Föreläsning 10

- Dubbelintegraler definerade med Riemannsummor

$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \lim_{m,n\to\infty} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}, y_{ij})\Delta A$$

(om gränsvärdet existerar,
då är f **integrerbar**)



Om $f(x,y) \geq 0$ ger integralen volymen
av området mellan D och $z = f(x,y)$

Sats Om f är kontinuerlig på $D = [a, b] \times [c, d]$ så är f integrerbar på D

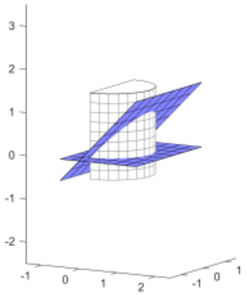
Sats Om f är kontinuerlig på $D = [a, b] \times [c, d]$ så är

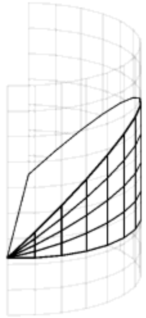
$$\iint_D f(x, y)\,\mathrm{d}A = \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$$

$$= \int_c^d \left(\int_a^b f(x, y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$$

(Integralerna på höger sida kallas **upprepade integraler**)

Exempel Vill beräkna volymen av området som ligger innanför området $D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ i xy-planet och mellan planen $z = 0$ och $z = x$.





Bör ges av $\iint_D f(x, y)\, dA$ där $f\left(x, y\right) = x$ är höjden.

- Dubbelintegraler över allmänna områden $D \subseteq \mathbb{R}^2$

$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \iint_R F(x,y)\,\mathrm{d}A$$

där R rektangel som innehåller D och

$$F(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & \text{om } (x,y) \in D \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$