

Sammanfattning Föreläsning 11

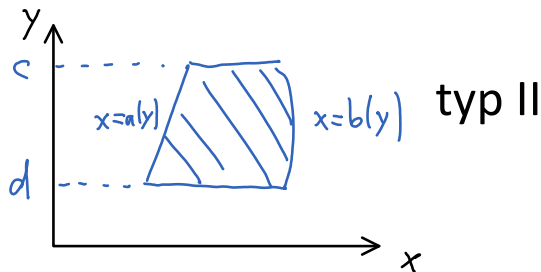
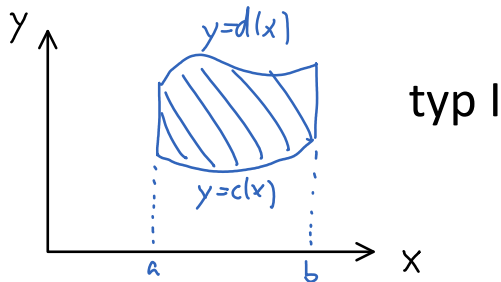
Område $D \subseteq \mathbb{R}^2$ av **typ I** om

$$D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c(x) \leq y \leq d(x)\},$$

$c(x), d(x)$ kontinuerliga, och av **typ II** om

$$D = \{(x, y) \mid c \leq y \leq d, a(y) \leq x \leq b(y)\},$$

$a(y), b(y)$ kontinuerliga



Sats Om $D \subseteq \mathbb{R}^2$ är av **typ I** eller **typ II** så är kontinuerliga funktioner på D integrerbara.

Om $D = \{ (x, y) \mid a \leq x \leq b, c(x) \leq y \leq d(x) \}$ (typ I) är

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \left(\int_{c(x)}^{d(x)} f(x, y) dy \right) dx$$

Om $D = \{ (x, y) \mid c \leq y \leq d, a(y) \leq x \leq b(y) \}$ (typ II) är

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_c^d \left(\int_{a(y)}^{b(y)} f(x, y) dx \right) dy$$

Obs

- 1) Dugga 2 öppen, stänger måndag 8/10, kl 18:00
- 2) Föreläsning på måndag 1/10, 15:15-17:00,
ingen föreläsning på fredag 12/10

Upprepad integration

Vilka av följande upprepade integraler är lika med $\iint_D f(x, y) dA$, där $D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$? (Mer än ett svar kan vara rätt)

✓ $\int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx$ 42%

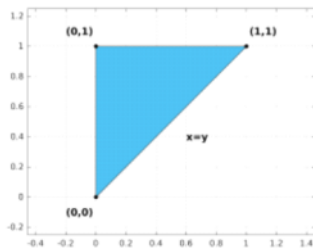
✓ $\int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy$ 39%

✗ $\int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy$ 12%

✗ $\int_c^d \int_a^b f(x, y) dy dx$ 7%

Upprepad integration II

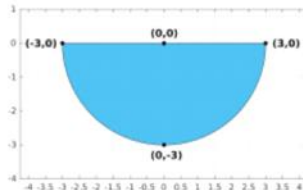
Vilken av följande upprepade integraler är lika med $\iint_D f(x, y) dA$, där D är som i följande figur? (Mer än ett svar kan vara rätt)



- | | |
|-------------------------------------|-----|
| ✓ $\int_0^1 \int_x^1 f(x, y) dy dx$ | 39% |
| ✗ $\int_x^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy$ | 28% |
| ✗ $\int_0^1 \int_y^1 f(x, y) dx dy$ | 18% |
| ✓ $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy$ | 15% |

Polär integration

Vilka av följande upprepade integraler är lika med $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dA$, där $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9, y \leq 0\}$ som i följande figur? (Mer än ett svar kan vara rätt)



✓ $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \sin(x^2 + y^2) dy dx$

42%

✗ $\int_{-3}^3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin(r^2) r d\theta dr$

27%

✓ $\int_0^3 \int_{-\pi}^0 \sin(r^2) r d\theta dr$

26%

✗ $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \sin(x^2 + y^2) dy dx$

5%