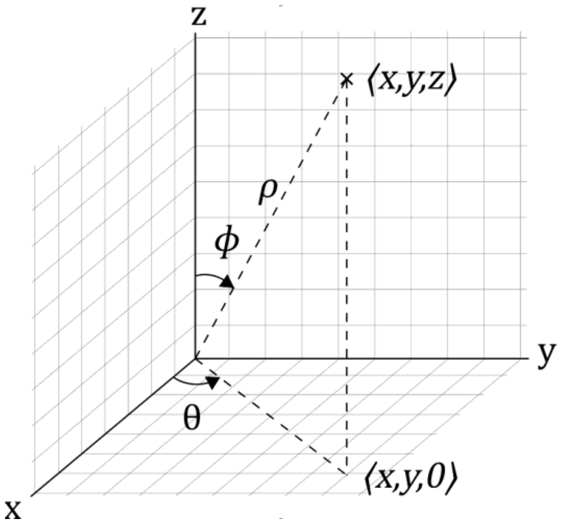
Sammanfattning Föreläsning 15

Sfäriska koordinater

$\rho =$ avståndet till origo ($\rho \geq 0$)

$\theta =$ vinkeln mellan $\langle x, y, 0\rangle$
och positiva x-axeln
$(\text{oftast } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ eller } -\pi \leq \theta \leq \pi)$

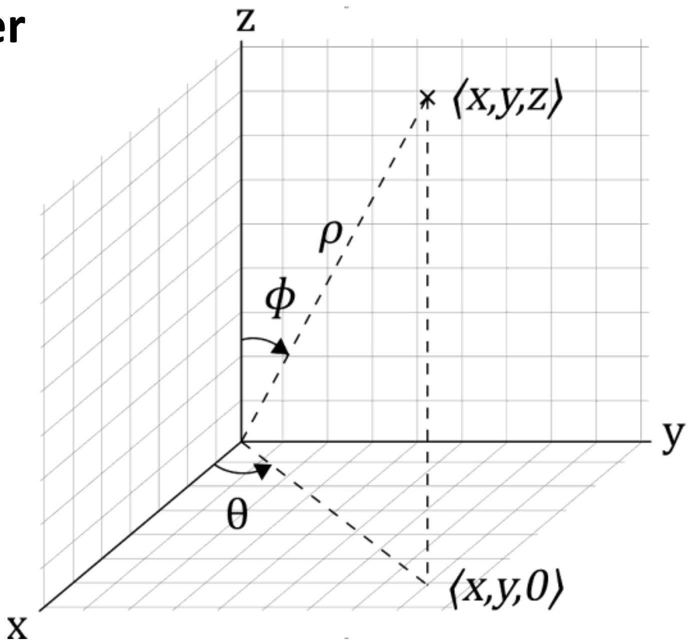
$\phi =$ vinkeln mellan $\langle x, y, z\rangle$
och positiva z-axeln
$(0 \leq \phi \leq \pi)$



Anpassad från "3D Spherical 2.svg"

Formel för sfäriska koordinater

$$\begin{cases} x = \rho \sin\phi \cos\theta \\ y = \rho \sin\phi \sin\theta \\ z = \rho \cos\phi \end{cases}$$



Anpassad från "3D Spherical 2.svg"

Integration i sfäriska koordinater

E *"sfärisk låda"*: $a \leq \rho \leq b, \alpha \leq \theta \leq \beta, c \leq \phi \leq d$

$$\iiint_E g(x, y, z)dV = \int_a^b \int_c^d \int_\alpha^\beta g(\rho \sin\phi \cos\theta, \rho \sin\phi \cos\theta, \rho \sin\phi)\, \rho^2 \sin\phi \;\, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi \mathrm{d}\rho\,.$$

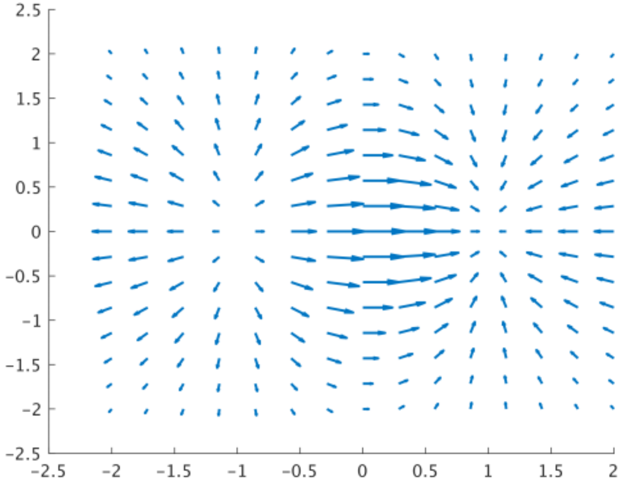
Kortare: $dV = \rho^2 \sin\phi \, d\theta d\phi d\rho$ och $\begin{cases} x = \rho \sin\phi \cos\theta \\ y = \rho \sin\phi \sin\theta \\ z = \rho \cos\phi \end{cases}$

Vektorfält

Funktioner $\mathbf{F}$ från $D \subseteq \mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}^2$:

För varje $(x, y) \in D$ får man en vektor $\mathbf{F}(x, y) \in \mathbb{R}^2$

(eller motsvarande i $\mathbb{R}^3$)

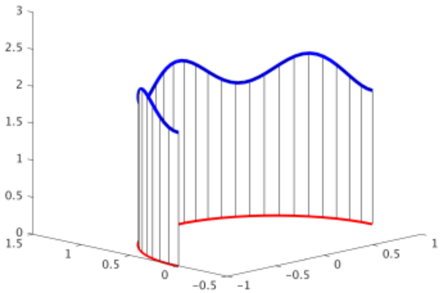


Kurvintegral av en funktion $f(x,y)$ längs en kurva C

$$\int_C f(x,y)ds =$$

"arean under grafen $z = f(x,y)$

när (x,y) *går längs* C*"*



Definieras mha Riemannsumma.

Om C ges av $\mathbf{r}(t), a \leq t \leq b$ är

$$\int_C f(x,y)ds = \int_a^b f(\mathbf{r}(t))\,|\mathbf{r}'(t)|\,dt$$