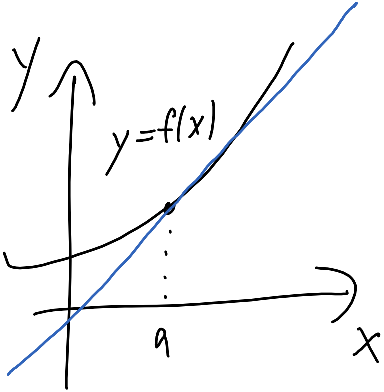
Sammanfattning Föreläsning 3

- Gränsvärde av funktioner $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$ om
  "$f(x,y)$ kommer hur nära L som helst,
  så länge (x,y) är tillräckligt nära (a,b)" (informell definition)

- $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L,\ \lim_{(x,y)\to(a,b)} g(x,y) = M \Rightarrow$
  $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) + g(x,y) = L + M$

- $f(x,y)$ *kontinuerlig* i (a,b) om $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = f(a,b)$

Tangentplan till en graf $z = f(x, y)$

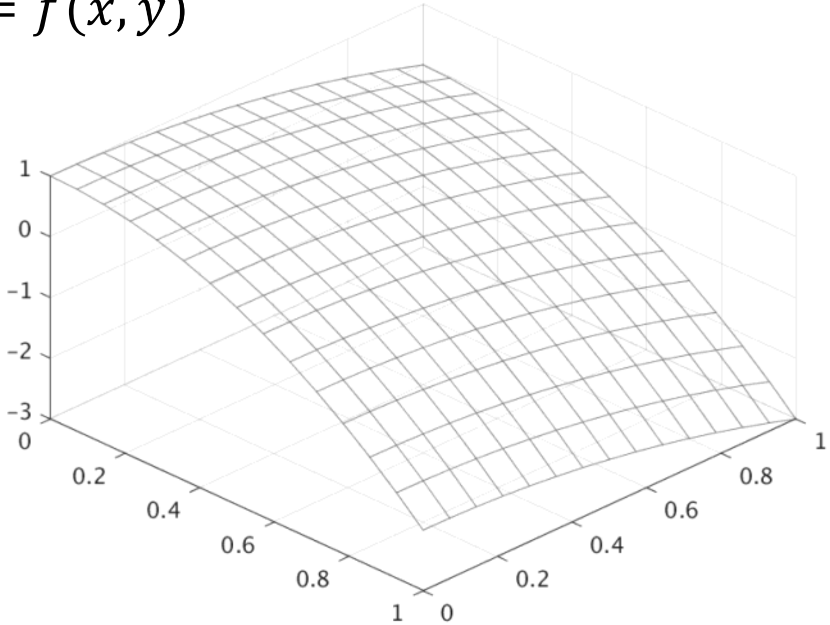


Tangentlinje till graf $y = f(x)$ kring a är
"bästa approximation av f nära a med en linje"

tangentlinje $y = f(a) + f'(a)(x - a)$

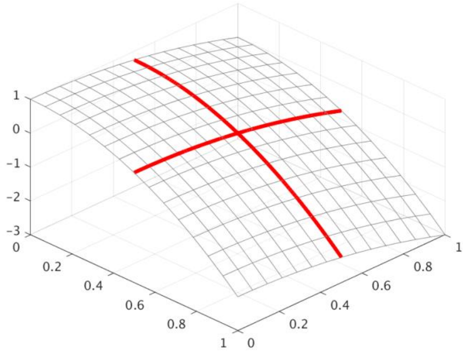
Vill göra motsvarande i två variabler:
Tangentplan till graf $z = f(x, y)$ kring (a, b) är
"bästa approximation av f nära (a, b) med ett plan"

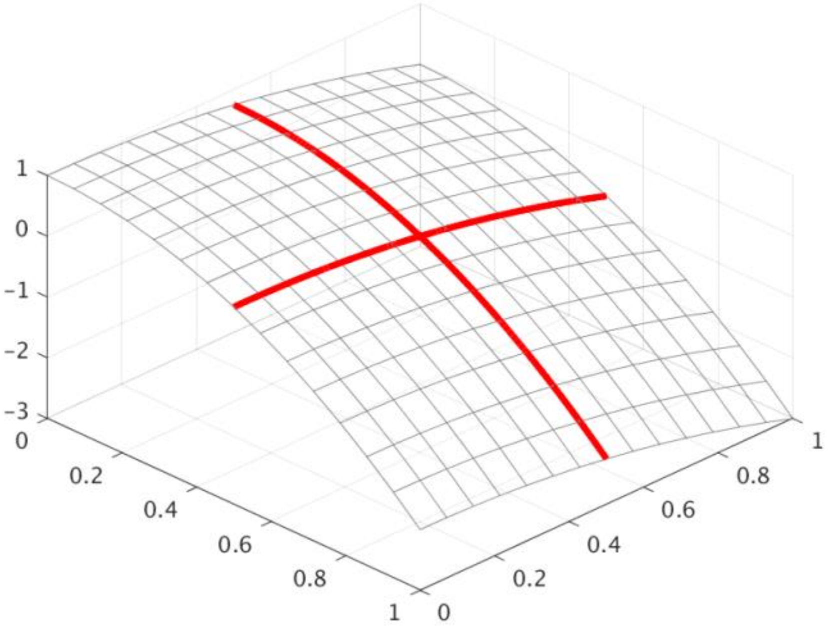
$$z = f(x, y)$$



Fixera en punkt (a, b).
Två naturliga kurvor genom (a, b)
längs grafen $z = f(x, y)$ om fixerar a eller b:

$$\boldsymbol{r}_1(x) = \langle x, b, f(x, b)\rangle$$
$$\boldsymbol{r}_2(y) = \langle a, y, f(a, y)\rangle$$



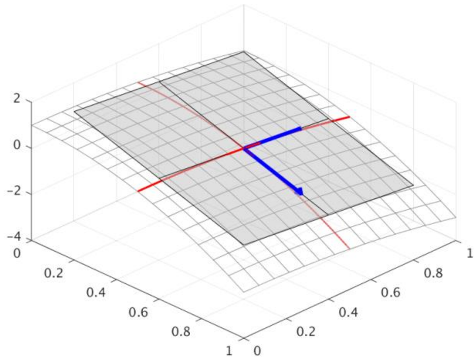


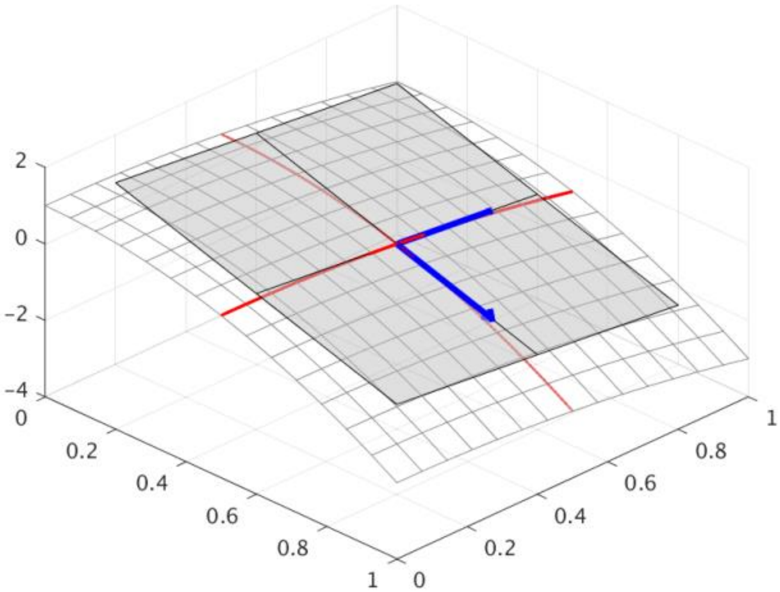
Kurvor $\boldsymbol{r}_1$ och $\boldsymbol{r}_2$ där $x = 0{,}5$ eller $y = 0{,}5$ fixerade

Tangentvektorerna $\boldsymbol{r}_1'(a)$ och $\boldsymbol{r}_2'(b)$ bör kunna användas för att ge bra approximation av f längs $\boldsymbol{r}_1$ och $\boldsymbol{r}_2$

Definition

Tangentplanet till $z = f(x,y)$ vid $(x,y) = (a,b)$ är det plan som går genom $(a,b,f(a,b))$ och som innehåller riktningsvektorerna $\boldsymbol{r}_1'(a)$ och $\boldsymbol{r}_2'(b)$.





Tangentplanet till $z = f(x, y)$ i $(0.5, 0.5)$