

Baskunskapstentamen 2 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, MEI1 och MI1 2006-10-09.**Tid:** 8.15 - 10.15. **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

OBS! Ange utbildningsprogram, (DAI för data, DEI för design, EI för elektro, MEI för mekatronik och MI för maskin), samt inskrivningsår, (t ex 06), på skrivningsomslaget! Behandla **högst en** uppgift per blad! Deluppgifter, (t ex 4a och 4b), kan dock behandlas på samma blad. **Alla** lösningar skall vara fullständigt redovisade!

1.a) Definiera **vektoriell** produkt. (1,5p)

b) Antag att $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ bildar en ON-bas. Beräkna $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_x$ och $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_y$ med hjälp av

definitionen för skalär produkt och visa att $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$. (2p)

c) Man vet att $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$. Beräkna $\mathbf{b} \times (2\mathbf{a} - 3\mathbf{b})$. (1p)

2. Låt ABC vara en triangel.

a) Visa att triangelns area ges av formeln: $T_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$. (1,5p)

b) Punkten D ligger mitt på sträckan AB och punkten E ligger på sträckan BC så att sträckan BE är $\frac{1}{3}$ av sträckan BC. (Gör figur!)

Uttryck vektorn $\overrightarrow{DE}$ i vektorerna $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{AC}$. (1p)

c) Visa att projektionen av vektorn $\overrightarrow{AC}$ på vektorn $\overrightarrow{AB}$ är vektorn $\frac{\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|^2} \overrightarrow{AB}$ (1,5p)

3. Punkterna $A = (1; 1; 1)$, $B = (2; 3; 4)$ och $C = (4; 2; 3)$ är givna i ett ONH-system.

a) Beräkna arean av triangeln ABC. (1,5p)

b) Beräkna projektionen av vektorn $\overrightarrow{AC}$ på vektorn $\overrightarrow{AB}$. (1p)

c) Ange på **koordinatform** ekvationen det plan som går genom punkterna A, B och C. (1p)

d) Ange på **parameterform** ekvationen för den räta linje L som går genom A och B. (1p)

e) Ange Ortsvektorn för den punkt på L som har y-koordinaten 2. (1p)

4.a) Ange en normalvektor till planet $\Pi_1 : x = 1 + z$. (0,5p)

b) Ange en punkt i planet $\Pi_2 : 2x + 2y - z - 5 = 0$. (0,5p)

c) Beräkna vinkeln mellan planen Π_1 och Π_2 . (1p)

SVAR: 1. a), b) Teori **c)** $-2\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ **2. a), c)** Teori **b)** $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

3.a) $T_{ABC} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ **a)** $\frac{11}{14}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ **c)** $x + 7y - 5z - 3 = 0$ **d)** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **e)** $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

4.a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ **b)** $\text{T ex } (0; 0; -5)$ **c)** $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$