

Problemtentamen i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, MEI1 och MI1 den 2009-01-14.

Tid: kl 14.00 - 18.00 Hjälpmedel: Chalmersgodkänd (typgodkänd) räknedosa.

1.a) Härled formeln $\sin(3v) = 3\sin v - 4\sin^3 v$ med hjälp av

Moivres formel $(e^{jv})^n = e^{jnv}$ i fallet $n = 3$. (3p)

b) Lös ekvationen $z^2 + (2 + j2)z - 3 - j2 = 0$. (5p)

(Svaret i **1b** skall ges på formen $x + jy$ och ha förenklats så långt som möjligt.)

2. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \\ x + 2y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

approximativt i minsta kvadratmetodens mening och beräkna medelfelet. (5p)

3. Låt L vara linjen $x = y - 2 = \frac{z-3}{2}$, låt Π_1 vara planet $2x + y - 2z - 7 = 0$

och låt Π_2 vara planet $x + \frac{1}{2}y - z - \frac{3}{2} = 0$.

a) Beräkna vinkeln mellan linjen L och planet Π_1 . (2p)

b) I vilken punkt skär linjen L planet Π_1 ? (2p)

c) Visa att planen Π_1 och Π_2 är parallella. (1p)

d) Bestäm en punkt som ligger i planet Π_2 . (0,5p)

e) Beräkna avståndet mellan planen Π_1 och Π_2 . (1,5p)

f) Punkten P ligger på linjen L och har lika stort avstånd till båda planen.
Beräkna koordinaterna för P . (3p)

4. Låt M vara matrisen
$$\begin{bmatrix} 1 & p+2 & p+2 \\ 2 & p+3 & p+3 \\ 4 & 2p+6 & 2p+6 \\ 1 & p^2+p+1 & p^2+p+1 \end{bmatrix}.$$

Bestäm rangen av M för alla värden på den reella parametern p . (4p)