

Baskunskapstentamen i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, EPI, MEI1 och MI1 2010-01-13.
Tid: 8.30 - 12.30. **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

Ansvarig lärare: Håkan Blomqvist, tel. 772 5881

DAI, EI och MEI anger kursnummer **LMA212 0104** på försättsbladet.

DEI, EPI och MI1 anger kursnummer **LMA018 0203** på försättsbladet.

Skriv din programbeteckning efter kursens namn, t ex **Algebra DAI** för data.

Tentamen omfattar 5 uppgifter och totalt 25 p. För godkänt krävs 10p.
Resultatet meddelas via LADOK. Därefter kan granskning och uthämtning ske hos sekreteraren vid avdelningen för matematik, plan 4 i hus JUPITER.

Behandla högst en uppgift per blad! Däremot kan deluppgifter, t ex **2a** och **2b**, behandlas på samma blad.

Lösningarna skall vara fullständigt redovisade och svaren fullständigt förenklade!

TEORI OCH BASKUNSKAPER

1. Definiera följande begrepp:

a) trappstegsmatris b) reducerad matris c) invers matris

d) vektoriell produkt e) högersystem (a) 1p b) 1p c) 1p d) 1,5p e) 0,5p)

2. Låt $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ vara en ONH-bas.

a) Bevisa att varje vektor $\mathbf{a}$ kan skrivas $\mathbf{a} = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z$
där talen a_x, a_y och a_z är entydigt bestämda. (4p)

b) Beräkna $(2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y) \bullet (3\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_y)$ med räknelagarna för skalär och vektoriell produkt (1,5p)

3.a) Bevisa att om matriserna $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kommuterar,
så är $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kvadratiska och av samma typ. (2p)

b) Bestäm talet c så att $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} c & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ kommuterar. (1,5p)

c) Beräkna $\det(2\mathbf{A}^T - \mathbf{B})$ för $c = 0$. (1p)

d) Lös matrisekvationen $\mathbf{XA} = \mathbf{B}$ för $c = 2$. (1,5p)

OBS! Uppgifterna 4 och 5 finns på nästa sida.

4.a) Formulera och bevisa projektionssatsen. (3p)

b) Beräkna projektionen av vektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ på vektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. (1p)

5. Punkterna $A = (1; 2; 3)$, $B = (2; 4; 5)$ och $C = (4; 3; 1)$ är givna i ett ONH-system.

a) Bestäm, på **parameterfri form**, ekvationen för den rätta linje som går genom punkterna A och B. (1p)

b) Beräkna arean av triangeln ABC. (2p)

c) Punkterna A, B och C bildar tillsammans med punkten D en parallelogram med diagonalerna AC och BD. (Gör figur!) Ange koordinaterna för punkten D. (1,5p)

SVAR: 1. Teori **2.a)** Teori **b)** -4 **c)** Teori

3.a) Teori **b)** $c = 4$ **c)** 3 **d)** $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

4.a) Teori **b)** $2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **5.a)** $x-1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$ **b)** $\frac{5}{2}\sqrt{5}$ ae **c)** (3; 1;-1)