

Baskunskapstentamen 2 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, MEI1 och MI1 2008-10-06.**Tid:** 8.15 - 10.15 **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

1. Antag att $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ är en ON-bas.

a) Definiera begreppet ON-bas i rummet. (1p)

b) Visa att $\mathbf{u} \bullet \mathbf{u} = |\mathbf{u}|^2$ och beräkna med hjälp av denna formel $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_x$. (1p)

c) Beräkna $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_y$ med hjälp av definitionen för skalär produkt. (0,5p)

d) Visa att varje vektor $\mathbf{a}$ kan skrivas $\mathbf{a} = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z$ där talen a_x, a_y , och a_z är entydigt bestämda. (2,5p)

2. Härled **avståndsformeln för räta linjen**, dvs visa att avståndet d från punkten P_1 med Ortsvektorn $\mathbf{r}_1$ till räta linjen L med ekvationen $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + t\mathbf{v}$, ges av formeln

$$d = \frac{|\mathbf{v} \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)|}{|\mathbf{v}|} \quad (3p)$$

3. Man vet att $|\mathbf{u}| = 4$, $|\mathbf{v}| = 1$ och att vinkeln mellan $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är 60° .

a) Beräkna $(\mathbf{u} + 4\mathbf{v}) \bullet (2\mathbf{v} - \mathbf{u})$. (1p)

b) Beräkna $|\mathbf{u} + 4\mathbf{v}| \times |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$. (Förenkla först uttrycket $(\mathbf{u} + 4\mathbf{v}) \times (\mathbf{v} - \mathbf{u})$.) (1,5p)

4. Punkterna $A = (1; 2; 3)$, $B = (2; 4; 5)$ och $C = (4; 3; 2)$ är givna i ett ONH-system.

a) En rät linje L går genom punkterna A och B .
Bestäm ekvationen för L på **vektorform**, **parameterform** och **parameterfri form**. (1,5p)

b) Beräkna arean av triangeln ABC . (1,5p)

c) Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkterna A , B och C . (1p)

d) Då punkten C projiceras på sträckan AB erhålls punkten D .
Beräkna koordinaterna för punkten D . (1,5p)

SVAR: 1. a), b), c), d) Teori 2. Teori 3.a) -12 b) $12\sqrt{3}$

$$4.a) \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t, \quad x - 1 = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{2} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

$$b) \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ ae } c) 4x - 7y + 5z - 5 = 0 \quad d) \left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right)$$