

Baskunskapstentamen 2 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, EPI, MEI1 och MI1 2009-10-05.
Tid: 8.15 - 10.15. **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

1.a) Definiera **vektoriell** produkt. (1,5p)

b) Visa att volymen av tetraedern ABCD ges av formeln:

$$V_{ABCD} = \pm \frac{1}{6} (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}. \quad (2,5p)$$

2. Antag att e_x, e_y, e_z bildar en ONH-bas.

(Lös följande uppgifter med hjälp av definitionerna och räknelagarna för skalär- respektive vektoriell produkt. Du får inte använda koordinatformen av basvektorerna.)

a) Beräkna $(e_x + 2e_z) \cdot (3e_x + 4e_z)$. (1p)

b) Beräkna $(e_x + 2e_z) \times (3e_x + 4e_z)$. (1,5p)

c) Bevisa att $a \times b = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$. (1,5p)

3. Punkterna $A = (1; 2; 2)$, $B = (4; 4; 3)$, $C = (1; 3; 0)$ och $D = (5; 3; 6)$ är givna i ett ONH-system.

a) Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{AC}$. (0,5p)

b) Beräkna volymen av tetraedern ABCD. (1,5p)

c) Bildar vektorerna $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ ett höger eller vänstersystem? (0,5p)

d) Bestäm, på parameterform, ekvationen för den rätta linje L som går genom A och B (1p)

e) Avgör om punkten $(-2; 0; 2)$ ligger på den rätta linje som går genom A och B. (0,5p)

f) Punkten E är mittpunkt på sträckan AB. Det finns ytterligare en punkt F på L som har samma avstånd till B som E. Ange koordinaterna för punkten F. (1p)

4. Låt Π vara planet $z = 1 - 2x - 3y$.

a) Ange en normalvektor till planet Π . (0,5p)

b) I vilken punkt skär planet y-axeln? (0,5p)

c) Härled planets ekvation på koordinatformen $Ax + By + Cz + D = 0$. (2p)

SVAR: 1. a), b) Teori **2.a)** 11 **b)** $2e_y$ **c)** Teori

3.a) 90° **b)** $V_{ABCD} = \frac{1}{3}$ ve **c)** VS **d)** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ **e)** Nej! **f)** $(\frac{11}{2}; 5; \frac{7}{2})$

4.a) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $(0; \frac{1}{3}; 0)$ **c)** Teori