

Baskunskapstentamen 1 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, EPI, MEI1 och MI1 2009-09-14.
Tid: 8.15 - 10.15 Hjälpmedel: Inga! Examinator: Håkan Blomqvist

1.a) Överför totalmatrisen för ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 2 \\ 3x + 3y + 3z = 3 \\ 4x + 4y + 4z = 4 \end{cases}$$

till reducerad form och lös sedan ekvationssystemet med hjälp av den reducerade matrisen. (1,5p)

b) Bestäm rangen av matrisen $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & p \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ för alla värden på parametern p . (1p)

2.a) Definiera begreppet invers matris. (1p)

b) Bevisa att om A är inverterbar, så är inversen entydig. (2p)

c) Beräkna $(3\mathbf{E} - (\mathbf{AB})^T)^{-1}$ då $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{E}$ är enhetsmatrisen. (1p)
 Använd Jacobis metod.

d) Kontrollera svaret i **2.c** med hjälp av inversens definition. (0,5p)

3. Matrisekvationen $\mathbf{XA} = \mathbf{B} + 2\mathbf{X}$ är given.

a) Lös ut $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen. (1p)

(Du får anta att de inverser som behövs existerar.)

b) Bestäm $\text{typ} \mathbf{A}$ då $\mathbf{B}$ har tre rader och fem kolonner. (1p)

SVAR: 1.a) $\mathbf{M} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ **b)** $\text{rang} \mathbf{M} = \begin{cases} 2 & \text{om } p = 3 \\ 3 & \text{om } p \neq 3 \end{cases}$

2.a) Teori **b)** Teori **c)** $(3\mathbf{E} - (\mathbf{AB})^T)^{-1} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ **d)** $(3\mathbf{E} - (\mathbf{AB})^T)^{-1} (3\mathbf{E} - (\mathbf{AB})^T) = \mathbf{E}$

3.a) $\mathbf{X} = \mathbf{B}(\mathbf{A} - 2\mathbf{E})^{-1}$ **b)** $\text{typ} \mathbf{A} = 5 \times 5$