

Tid: 8.30 - 12.30. **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

Rond: Reimond Emanuelsson, tel. 772 5888

DAI och EI anger kursnummer **LMA212 0104** på försätsbladet.

DEI, EPI, MEI och MI anger kursnummer **LMA018 0203** på försättsbladet.

Tentamen omfattar 6 uppgifter och totalt 25 p. För godkänt krävs 10p.
Resultatet meddelas via LADOK. Därefter kan granskning och uthämtning
ske hos sekreteraren vid avdelningen för matematik, plan 4 i hus JUPITER.

Behandla högst en uppgift per blad! Däremot kan deluppgifter, t ex **1a** och **1b**, behandlas på samma blad.

Lösningarna skall vara fullständigt redovisade och svaren fullständigt förenklade!

TEORI OCH BASKUNSKAPER

1. Definiera följande begrepp:

a) trappstegsmatris **b)** reducerad matris **c)** kommuterande matriser

d) determinant av ordning 3 **e)** vektoriell produkt (1p + 1p + 0,5p + 1p + 1,5p)

2.a) Bevisa att $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$. (2p)

b) Härled planets ekvation på koordinatformen $Ax + By + Cz + D = 0$. (4p)

3. Lös matrisekvationen $\mathbf{X} - \mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ då $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ är givna. (2p)

4. Man vet att $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c}$ och att vektorn $\mathbf{c}$ har längden 2.

Beräkna $[(3a - 4b) \times (2a - b)] \bullet c$. (3p)

5. Låt e_x, e_y, e_z vara en ONH-bas.

a) Beräkna $\mathbf{e}_x \times (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ (Svaret får ej innehålla fler än en basvektor.) (1p)

b) Beräkna vinkeln mellan $\mathbf{e}_x$ och $\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y$ (1p)

OBS! Uppgift 6 finns på nästa sida.

6. Punkterna $A = (1; 2; 3)$, $B = (2; 4; 5)$, $C = (4; 2; 7)$ och $D = (2; 1; 4)$ är givna i ett ONH-system.

a) Ange på **parameterform** och **parameterfri form** ekvationen för den rätta linje som går genom A och C. (1p)

b) Undersök om punkterna $E = (-5; 2; -6)$ respektive $F = (-8; 2; -9)$ ligger på den rätta linje som går genom A och C. (1p)

c) Beräkna $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. (1p)

d) Bestäm en enhetsvektor som är vinkelrät mot vektorerna $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{AC}$ (1p)

e) Punkterna A, B och C ligger i planet Π . Visa att även punkten D ligger i Π . (1p)

f) ABCD bildar en fyrhörning med diagonalerna AC och BD. (Rita figur!) Beräkna arean av fyrhörningen ABCD. (2p)

SVAR:

1. Teori 2. Teori 3. $\mathbf{X} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

4. $5(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 5|\mathbf{c}|^2 = 20$ 5.a) $\mathbf{e}_z$ b) $\frac{\pi}{4}$

6. a) $L: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 \\ z = 3 + 4t \end{cases}$; $L: \frac{x-1}{3} = \frac{z-3}{4}; y = 2$ b) Nej för E. Ja för F ($t = -3$).

c) $\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ d) $\frac{1}{\sqrt{26}} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ e) Visa t ex att $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ f) $T_{ABCD} = \frac{3}{2} \sqrt{26} \text{ ae}$