

**TENTAMEN I INTRODUKTIONSKURSEN I ALGEBRA
FÖR DEL, EPI, MEI OCH MI. Lördagen 10-08-28, kl. 8.30 – 12.30.
INGA HJÄLPMEDEL!**

Baskunskapsuppgifter

1. Skriv summan $-7, -4, \dots, 3k-1, \dots, 29$ med hjälp av summasymbolen. (2p)

2. Bestäm kvotpolynom $K(x)$ och restpolynom $R(x)$ då polynomet $x^3 + 1$ divideras med polynomet $x + 2$ (2p)

3. Skriv som ett bråk på så enkel form som möjligt

$$\text{a) } \frac{1}{9} - \frac{5}{6} + \frac{2}{4} \quad \text{b) } \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{3}\right) \frac{-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{-\frac{1}{2}} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b-a}}{\frac{a}{a-b} - 1} \quad (2p+2p+2p)$$

4.a) Kvadratkomplettera $3x^2 + 12x + 9$ b) Faktoruppdelar $3x^2 + 12x + 9$

c) Lös ekvationen $\frac{3x^2 + 12x + 9}{x^2 - 1} = 3$

d) Tag ut **minsta** gemensamma nämnare till

$$\frac{x-5}{3x^2+12x+9} + \frac{1}{6x+6} - \frac{x+2}{x^2-9} \quad (2p+2p+2p+2p)$$

5. Vilka logiska samband gäller för utsagorna

$$P: x^2 = 2x + 3, \quad Q: \sqrt{x^2 - x - 5} = \sqrt{x - 2}, \quad R: \frac{1-x}{x+2} = -\frac{2}{5} ? \quad (5p)$$

6. Man vet att $\tan v = \frac{4}{3}$ och att v är spetsig. Beräkna exakt

$$\text{a) } \sin v \quad \text{b) } \cos v \quad \text{c) } \cot v \quad \text{d) } \cos(2v) \quad \text{e) } \sin\left(v - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1p+1p+1p+2p+2p)$$

7. Förenkla så långt som möjligt uttrycken

$$\text{a) } \frac{(z^5 x)^{-1}}{((xz)^2)^{-2} (xz^{-1})^3} \quad \text{b) } \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{a} \quad \text{c) } \sqrt{\frac{x^2}{x^4}} \quad (3p+2p+1p)$$

OBS! Uppgifterna 8 – 15 finns på nästa sida.

Teoriuppgifter

8.a) Härled de trigonometriska uttryckens värden för 60° . (2p)

b) Definiera begreppet radian. (1p)

c) Definiera begreppet absolutbelopp. (1p)

9. Härled, utgående från formeln $\tan(u+v) = \frac{\tan u + \tan v}{1 - \tan u \cdot \tan v}$, formler för

a) $\tan(u-v)$ **b)** $\tan(2u)$ **c)** värdet av $\tan 15^\circ$. (2p+1p+3p)

Problem

10. Lös ekvationen $\cos(6x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (Svaret skall ges i såväl grader som radianer.) (4p)

11. Ange de lösningar till ekvationen $\tan(9x) = 1$ som ligger mellan -40° och 40° . (4p)

12. Bestäm konstanten a så att cirkeln $x^2 - 2x + y^2 + ay - 11 = 0$ har centrum i $(1; -2)$ och rita cirkeln. (4p)

13.a) Ekvationen $3x^3 - 2x^2 - 7x - 2 = 0$ har minst en heltalsrot. Lös ekvationen. (4p)

b) Uppdela polynomet $3x^3 - 2x^2 - 7x - 2$ i reella faktorer. (2p)

14.a) Rita grafen till funktionen $y = |x+1| + |x-3|$ och undersök med hjälp av grafen hur många lösningar ekvationen $|x+1| + |x-3| = C$ har för olika värden på konstanten C . (4p)

b) Lös ekvationen $|x+1| + |x-3| = C$ algebraiskt i fallet $C = 6$. (2p)

15.a) Lös dubbelolikheten $1 - 2x \leq x + 7 < x^2 + x + 6$. (2p)

b) För vilka x gäller att $\frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2+x} \leq \frac{2x}{x^2-1}$? (6p)

SVAR:

1. $\sum_{k=-2}^{10} (3k-1)$

2. $K(x) = x^2 - 2x + 4$, $R(x) = -7$

3.a) $-\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{2}{a+b}$

4.a) $3(x+2)^2 - 3$ b) $3(x+1)(x+3)$ c) Ekv. saknar lösning! d) $6(x+1)(x-3)(x+3)$

5. $P \Leftarrow Q \Leftrightarrow R$

6.a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{7}{25}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

7.a) z^2 b) a c) $\frac{1}{|x|}$

9.c) $2 - \sqrt{3}$

10. $x = \begin{cases} -5^\circ + n \cdot 60^\circ = -\frac{\pi}{36} + n \frac{\pi}{3} \\ -15^\circ + n \cdot 60^\circ = -\frac{\pi}{12} + n \frac{\pi}{3} \end{cases}$

11. $-\frac{7\pi}{36}, -\frac{3\pi}{36}, \frac{\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}$ alternativt $-35^\circ, -15^\circ, 5^\circ, 25^\circ$

12. Cirkeln har centrum i $(1; -2)$ och radien 4 för $a = 4$.

13.a) $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = -\frac{1}{3} \end{cases}$ b) $3(x+1)(x-2)(x+\frac{1}{3}) = (3x+1)(x-2)(x+1)$

14.a) $\begin{cases} C < 4 & 0 \text{ lösningar} \\ C = 4 & \infty \text{ många lösningar} \\ C > 4 & 2 \text{ lösningar} \end{cases}$ b) $(x = -2) \vee (x = 4)$

$$y = |x+1| + |x-3| = \begin{cases} -x-1-x+3 = 2-2x & \text{då } x < -1 \\ x+1-x+3 = 4 & \text{då } -1 \leq x < 3 \\ x+1+x-3 = 2x-2 & \text{då } x \geq 3 \end{cases}$$

15.a) $(-2 \leq x < -1) \vee (x > 1)$ b) $(x < -1) \vee (-1 < x < 0) \vee (1 < x \leq 2)$