

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: inga, inte ens miniräknare
Datum: 2017-08-30 kl. 08.30 – 09.30

Algebra, LMA019, Salsdugga

Övningsdugga

NAMN: *Hossen Raufi*

Personnummer:

Program: (ringa in)

MI

Mel

Del

EP

Uppgift	Poäng
1	
2	
3	
4	
SUMMA:	

1. Förenkla,

(2 p)

$$\frac{2}{x - \frac{1}{x}} - \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} (*) &= \frac{2}{\frac{x^2-1}{x}} - \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x-1} = \\ &= \frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)}{(x+1)} = \frac{2x-x-1}{(x-1)(x+1)} = \\ &= \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

2. Bestäm kvot och rest för polynomdivisionen,

(2 p)

$$\frac{x^4 + 2x^3 + 25}{x^2 + 4x + 5}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x + 3 \\ x^2 + 4x + 5 \overline{) x^4 + 2x^3 + 25} \\ \underline{-(x^4 + 4x^3 + 5x^2)} \\ -2x^3 - 5x^2 + 25 \\ \underline{+(2x^3 + 8x^2 + 10x)} \\ 3x^2 + 10x + 25 \\ \underline{-(3x^2 + 12x + 15)} \\ -2x + 10 \end{array}$$

$\therefore$ Kvot: $x^2 - 2x + 3$, Rest: $-2x + 10$

3. Bestäm alla x sådana att

(3 p)

$$\frac{3}{x+2} \leq 1 - \frac{2}{x} \quad (*)$$

Svara med intervall.

$$(*) \Leftrightarrow \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x + 2(x+2) - x(x+2)}{x(x+2)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x + \cancel{2x} + 4 - x^2 - \cancel{2x}}{x(x+2)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 3x + 4}{x(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x - 4}{x(x+2)} \geq 0 \quad x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-4)}{x(x+2)} \geq 0 \quad \text{Låt } K = \frac{(x+1)(x-4)}{x(x+2)}$$

		-2		-1		0		4	
$x+2$	-	0	+		+		+		+
$x+1$	-		-	0	+		+		+
x	-		-		-	0	+		+
$x-4$	-		-		-		-	0	+
K	+	ej def.	-	0	+	ej def.	-	0	+

$$\therefore x \in (-\infty, -2) \cup [-1, 0) \cup [4, \infty)$$

4. Rita området som beskrivs av grafen till de två ekvationerna,

(3 p)

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y > 4 \text{ och } x + y > 1.$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 2y &= x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 - 2^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot 1 + 1^2 - 1^2 = \\ &= (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 = \\ &= (x-2)^2 + (y+1)^2 - 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y > 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 - 5 > 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 > 9 = 3^2$$

