Intromatte LMA019, ht2017, Föreläsning 1

* Den "riktiga" kursen (LMA019) kör igång om två veckor. Innan dess: repetitions-matematik i 2 veckor.

* Hemsida: www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma019/1718

* Kursböcker: Stewart och Lay
  Skaffa dessa så snart som möjligt!

* Skillnad högskola vs gymnasiet:
  Nivå och <u>tempo</u> (se uppg. för självverksamhet)

* 1 salsdugga, 3 MAPLETA-duggor

* Lektionshyfs!

* <u>Slutligen</u>: Inga miniräknare på tentan i någon matematikkurs på Chalmers!

Välkomna! :)

<u>Idag</u>:

* Talsystem ← Beteckningar för dessa
* Mängdlära ↙ (står ej i Stewart)
* Algebraiska förenklingar

Talsystem:

Matematiken har följande talsystem:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – mängden av alla positiva heltal (ibland ingår 0)

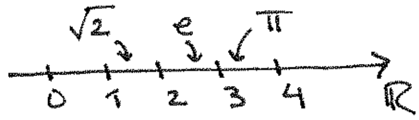
$\{\ \}$ betyder mängd

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ – mängden av alla heltal

$\mathbb{Q}$ = mängden av alla rationella tal, dvs tal som kan skrivas på formen $\frac{a}{b}$ där a och b är heltal och $b \neq 0$.

Ex. $\frac{27}{13}$, $-3.5 = -\frac{7}{2}$, $7.111\ldots$ men inte $\sqrt{2}, \pi, e, \ldots$

$\mathbb{R}$ – mängden av alla reella tal



dvs alla tal som fås då tallinjen proppas igen (alt. alla tal med oändlig decimalutveckling)

$\mathbb{C}$ – mängden av alla komplexa tal, dvs talpar av formen $a+ib$ där a och b är reella tal och $i = \sqrt{-1}$

Era mattekurser kommer (förmodligen) i stort sett uteslutande att handla om $\mathbb{R}$.

Mängdlära:

* Om A är en mängd och x tillhör A skrivs detta:

$$x \in A$$

Om x inte tillhör A, skrivs detta: $x \notin A$

Ex. $2 \in \mathbb{N}$, $\pi \notin \mathbb{Q}$, $\frac{4}{3} \in \mathbb{C}$, $i \notin \mathbb{R}$

* Här är några vanliga beteckningar

	Beteckning	Betydelse
Stewart	$\mid$ eller $:$ eller $;$	sådan att sådana att
	$\therefore$	alltså
	$A \Rightarrow B$	om A, så B

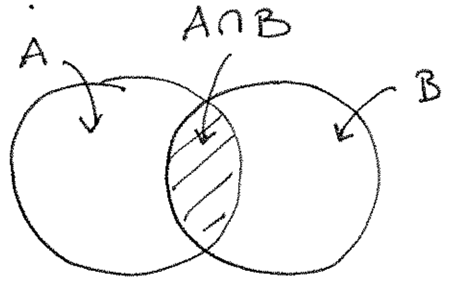
Ex. $\mathbb{C} = \{ a+ib \mid a, b \in \mathbb{R}$ och $i = \sqrt{-1} \} =$

= "mängden av alla tal $a+ib$ sådana att a och b är reella tal och $i = \sqrt{-1}$"

$\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \,;\, a, b \in \mathbb{Z}$ och $b \neq 0 \}$

* Tomma mängden betecknas $\emptyset$. Alltså $\emptyset = \{\}$.

Låt A och B vara två mängder:



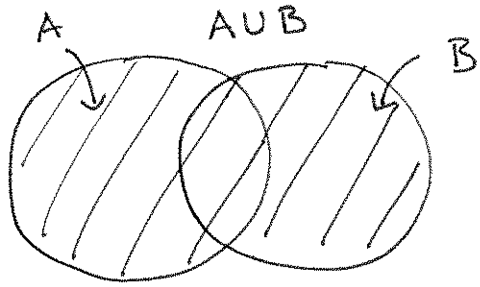
* Mängden av alla element som tillhör både A och B betecknas $A \cap B$, och kallas för snittet av A och B.

$\therefore A \cap B = \{ x : x \in A$ och $x \in B \}$

Ex. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\} \Rightarrow A \cap B = \{2, 3\}$

$A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\} \Rightarrow A \cap B = \emptyset$

* Mängden av alla element som tillhör A eller B eller båda betecknas $A \cup B$, och kallas för <u>unionen</u> av A och B.

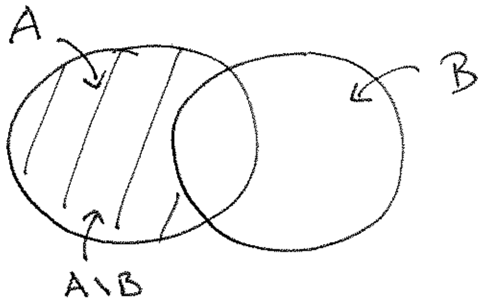


$\therefore\ A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ eller } x \in B \text{ eller } x \in A \cap B \}$

<u>Ex.</u> $A = \{1, 2\},\ B = \{3, 4\} \Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

$A = \{1, 2, 3\},\ B = \{2, 3, 4\} \Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

* $A \setminus B = \{ x \in A \ ;\ x \notin B \}$



<u>Ex.</u> $A = \{1, 2, 3\},\ B = \{2, 3, 4\}$

$\Rightarrow A \setminus B = \{1\}$

<u>Ex.</u> $(\mathbb{C} \setminus \mathbb{N}) \cup \mathbb{Z} = \mathbb{C}$

<u>Algebraiska förenklingar:</u>

Vi har bl.a. följande algebraiska räknelagar:

$a(b+c) = ab + ac$ $\left(\text{Speciellt: } -(b+c) = (-1)(b+c) = = (-1)\cdot b + (-1)\cdot c = -b - c \right)$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ $\left(\text{Obs! } \frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c} \right)$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

$\frac{a}{b} \Big/ \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

Ex. $\frac{x}{y/z} = \frac{\frac{x}{1}}{\frac{y}{z}} = \frac{x}{1}\cdot\frac{z}{y} = \frac{xz}{y}$

Ex. $1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+x}} = 1 + \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}} = 1 + \frac{1+x}{2+x} =$

$= \frac{2+x+1+x}{2+x} = \frac{3+2x}{2+x}$

Följande viktiga identiteter bör ni kunna utantill!

Kvadreringsreglerna:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$

Konjugatregeln:

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Kuberingsreglerna:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Faktoruppdelningarna:

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Dessa används ständigt då man utvecklar potenser eller faktoriserar.

Ex. Faktorisera $12x^4 - 2x^5 - 18x^3$

Lösn.: $12x^4 - 2x^5 - 18x^3 = \{\text{bryt ut så mycket som möjligt}\} =$

$= 2x^3(6x - x^2 - 9) = -2x^3(x^2 - 2\cdot x\cdot 3 + 9) =$

$= -2x^3(x-3)^2$

Ex. Förenkla $\dfrac{b^8 - 9}{b^8 - 6b^4 + 9}$

Lösn.: $\dfrac{b^8 - 9}{b^8 - 6b^4 + 9} = \dfrac{(b^4)^2 - 3^2}{(b^4)^2 - 2\cdot b^4\cdot 3 + 3^2} =$

$= \dfrac{\cancel{(b^4-3)}(b^4+3)}{(b^4-3)^{\cancel{2}}} = \dfrac{b^4+3}{b^4-3}$

Ex. Faktorisera $54x^2y^7 - 16x^5y$

Lösn.: $54x^2y^7 - 16x^5y = 2x^2y(27y^6 - 8x^3) =$

$= 2x^2y\left((3y^2)^3 - (2x)^3\right) =$

$= 2x^2y(3y^2 - 2x)(9y^4 + 6y^2x + 4x^2)$