

Tentamen i Matematik del A för BI 2007–08–27 kl 14.00-18.00

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 + x + 7} - 3}{2 + x}$.
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x^2 + x} - x\sqrt{3}$. (6p)
2. (a) Ange i vilka intervall funktionen $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ är strängt växande respektive strängt avtagande?
(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x}}$ i punkten där $x = 2$.
(c) En rät linje går genom punkten $(2, 3)$. Den skär de positiva koordinataxlarna i punkterna A (x-axeln) och B (y-axeln). Vilken är den minsta arean av triangeln som bildas av hörnen A , B samt origo? (10p)
3. Funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x^2}}{x-2}$ är given. Ange asymptoter, lokala extrempunkter samt rita grafen till f . (5p)
4. (a) Bestäm inversen till funktionen $f(x) = \ln(x-1) - \ln(2x+1)$, $x > 1$.
(b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$ där $f(x) = \ln \left| \frac{2x^2(x-1)}{(x+3)^3} \right|$. (6p)
5. Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \arcsin(x) - \arctan(\sqrt{x})$ och lös ekvationen $f(x) = 0$. Ledning: Ta tan av båda led. (5p)
6. Beräkna integralerna
(a) $\int (1+x^2) \ln(2x) dx$.
(b) $\int_0^\pi (x-\pi) \sin(2x) dt$
(c) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$. (12p)
7. Givet funktionen $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2}{x+1} & \text{då } x \geq 2, \\ a \ln(bx) & \text{då } 0 < x < 2. \end{cases}$
Bestäm konstanterna a och b så att g blir deriverbar. (4p)
8. Formulera och bevisa, under lämpliga villkor på funktionen f , sambandet mellan arean under grafen till f och en primitiv funktion till f . Rita figur. (4p)