

Tentamen i Matematik del A för BI 2009–08–24

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x - 2}$
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{2}{x^3} + 3\right)^2}{\frac{3}{x^6} + \frac{1}{x^3} + 2}$ (4p)
2. (a) Ange i vilka intervall funktionen $f(x) = \sqrt{x} e^{-x}$ är strängt växande respektive strängt avtagande?
(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ i punkten där $x = 2$.
(c) Kurvan $y = 4 - x^2$ skär de positiva koordinataxlarna i två punkter A och B , som tillsammans med origo och en punkt C på kurvan bildar en fyrhörning i första kvadranten. Ange läget på C för vilket fyrhörningens area är maximal. (10p)
3. Funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 1}$ är given. Ange asymptoter, lokala extrempunkter samt rita grafen till f . (5p)
4. Funktionen $y = y(x)$ är given av sambandet $y + e^y = x$. Beräkna $y(1)$, $y'(1)$, $y''(1)$. (5p)
5. (a) Beräkna exakt $\tan\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
(b) Lös ekvationen $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \arctan(2 - x)$. (6p)
6. Beräkna integralerna
(a) $\int (x^2 + 2) \cos 3x \, dx$.
(b) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} \, dx$.
(c) $\int_2^\infty \frac{1}{x^2 + x - 2} \, dx$. (12p)
7. Formulera och bevisa formeln för partiell integration. (4p)
8. Ange derivatans definition och använd definitionen för att beräkna derivatan av $f(x) = 2x^2 + 5x - 1$ för $x = -2$. (4p)