

Tentamen i Matematik del A för BI 2010–08–23 kl. 14.00–18.00

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x}}{x - 2}$
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x + 1} - \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2}$ (6p)
2. (a) Bestäm ekvationen för tangent och normal till kurvan $y = x^2 \ln(x - 1)$ i den punkt där $x = 2$.
(b) Bestäm största och minsta värdet till funktionen $y = x^2 \sqrt{1 - x}$ i intervallet $0 \leq x \leq 1$.
(c) Linjen $y = b$ skär parabeln $y = x^2$ i två punkter B och C . Dessa punkter bildar tillsammans med punkten $A = (0, 4)$ en triangel. För vilket värde på b , $0 < b < 4$, har triangeln ABC maximal area? Rita figur. (10p)
3. Funktionen $f(x) = x + \frac{16}{\sqrt{x}}$ är given. Ange asymptoter, lokala extrempunkter samt rita grafen till f . (5p)
4. (a) Lös ekvationen $\frac{1}{3} \ln x + \frac{5}{3} \ln 2 = -\ln \sqrt{x}$.
(b) Visa att olikheten $(1 + \sqrt{x})e^{-\sqrt{x}} \leq 1$ gäller för $x \geq 0$. Motivera utförligt. (6p)
5. Ange definitionsområdet för funktionen $f(x) = \arccos(1 - x) - \arcsin(2x)$ och lös ekvationen $f(x) = 0$. (5p)
6. Beräkna integralerna
(a) $\int_1^4 \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$.
(b) $\int_0^{\pi/2} (4x^2 + 1) \sin(2x) dx$.
(c) $\int \frac{t + 4}{t^2 - t - 2} dt$. (12p)
7. Beräkna derivatan av funktionen $f(x) = \frac{1}{x^2}$ genom att använda derivatans definition. (3p)
8. Bevisa produktregeln för derivering, dvs formeln för $D(f(x)g(x))$. (3p)