

Tentamen i Matematik del A för BI 2008–12–18 kl 8.00-12.00

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x^2 - 6x}$.
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 1)^3}{3x^6 - x - 2}$. (4p)
2. (a) Ange i vilka intervall funktionen $f(x) = \sqrt{x} \ln(2x)$ är strängt växande respektive strängt avtagande?
(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = x^2 \sqrt{x+1}$ i punkten där $x = 3$.
(c) Två lika breda rektanglar med bas $0 \leq x \leq b$ resp $b \leq x \leq 2b$ har sina övre högra hörn på kurvan $y = 1 - x^2$ (höjden parallell med y -axeln). Hur breda, dvs b , är rektanglarna när summan av deras areor är maximal? (10p)
3. Funktionen $f(x) = \frac{(x-1)^2}{2x+3}$ är given. Ange asymptoter, lokala extrempunkter samt rita grafen till f . (5p)
4. (a) Bestäm inversen, ϕ , till funktionen $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$, samt beräkna $\phi(2/3)$.
(b) Beräkna derivatan $D \ln f(x)$ där $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x+3}}$. (6p)
5. (a) Beräkna exakt $\tan(\arccos(-\frac{2}{3}))$.
(b) Beräkna exakt $\arccos(-\frac{2}{3}) + \arctan \frac{\sqrt{5}}{2}$. Ledning: Beräkna först $\tan(\alpha + \beta)$. (5p)
6. Beräkna integralerna
(a) $\int x^2 \sqrt{2x} dx$.
(b) $\int x e^{-x/2} dx$
(c) $\int_0^3 \frac{x^2}{x+1} dx$. (12p)
7. För vilka a är den generaliserade integralen $\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x}^a} dx$ konvergent. Bevisa ditt påstående. (4p)
8. (a) Härled derivatan av $\ln x$.
(b) Härled derivatan av $\arctan x$. (4p)