

Tentamen i Matematik del A för BI 2009–12–17 kl 08.30-12.30

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1}$
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x\sqrt{2x} + 1)^2}{(3x + 2)^3}$ (6p)
2. (a) Ange inflexionspunkter till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ samt var funktionen är konvex.
(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = (1 - \frac{x}{2})^2(x + 1)^3$ i punkten där $x = 0$ och bestäm denna tangents skärningspunkt med x -axeln.
(c) Den räta linjen $y = 3 - 2x$ bildar tillsammans med linjerna $y = kx$ och $y = 2kx$, $k > 0$, en triangel i första kvadranten. För vilket k blir dess area maximal? (10p)
3. Funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ är given. Ange asymptoter, lokala extrempunkter samt rita grafen till f . (5p)
4. (a) Lös ekvationen $2 \ln x - \ln(2x + 1) = \ln x^3$.
(b) Bestäm inversen till funktionen $f(x) = 2 \ln(x) - \ln(2x + 1)$, $x > 0$. (6p)
5. Lös ekvationen $\arccos(1 - 2x) = \arcsin(\sqrt{x})$ (5p)
6. Beräkna integralerna
 - (a) $\int \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x + 1}} dx$.
 - (b) $\int_0^\infty (1 + 2x)e^{-x} dx$.
 - (c) $\int \frac{x - 1}{x^2 + 3x + 2} dx$. (12p)
7. Definiera begreppet primitiv funktion och bevisa att om $F(x)$ och $G(x)$ är primitiva funktioner till $f(x)$ i ett intervall så gäller att $F(x) = G(x) + C$, där C är en konstant. (2p)
8. Bevisa att $D \cos x = \sin x$. Du får använda att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. (4p)