

HEMUPPGIFTER I MATEMATISK ANALYS FÖR BI VECKA 3

1. Konstruera kurvan $y = \frac{2x^2 - 7x + 5}{2x - 1}$.

2. Bestäm asymptoter, lokala extrempunkter samt största och minsta värde till funktionen

$$f(x) = \frac{4}{|x|} + |x+1| \text{ med } D_f = \{x: (-4 \leq x < 0) \vee (x > 0)\}$$

3. Bestäm eventuella asymptoter till funktionen $\sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

4.a) Visa att funktionen $f(x) = x^3 + 2x$ är omvändbar.

b) Beräkna $\phi(3)$, $\phi'(3)$ och $\phi''(3)$ där ϕ är den inversa funktionen till $f(x)$.

5. Funktionen $f(x) = 2 \ln x - \ln(x^2 - 1)$ är given.

a) Bestäm definitionsmängden för f . b) Bestäm asymptoterna till kurvan $y = f(x)$.

c) Visa att $f(x)$ är omvändbar. d) Visa att $\phi(\ln 2) = \sqrt{2}$ där ϕ är inversen till f .

e) Beräkna $\phi'(\ln 2)$ och $\phi''(\ln 2)$.

6. Beräkna följande gränsvärden. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 + 2e^{4x}}{(e^{2x} + 7 \ln x)^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^8}$

(**Ledning: 6a:** Bryt ut de termer som dominerar. **6b:** Sätt $t = 1/x^2$.)

SVAR:

1.

x	$-\infty$		-1/2		1/2		3/2		∞
$f'(x)$	1	+	0	-	$-\infty$ $-\infty$	-	0	+	1
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	lok. max. $-9/2$	$\searrow$	$-\infty$ ∞	$\searrow$	lok. min. $-1/2$	$\nearrow$	∞

Lodrät asymptot: $x = 1/2$; Sned asymptot: $y = x - 3$

2. Lok. max. i $(-4, 4)$. Lok. min. i $(-2, 3)$ och $(2, 5)$.

Största värde: saknas. Minsta värde: $\min f = f(-2) = 3$. (Asymptoter: $x = 0, y = x + 1$.)

3. $y = x + 1$ då $x \rightarrow \infty$, $y = -x - 1$ då $x \rightarrow -\infty$

4.a) (Visa att $f'(x) > 0$ och att D_f är ett intervall.) **b)** $\phi(3) = 1$; $\phi'(3) = \frac{1}{5}$; $\phi''(3) = -\frac{6}{125}$

5.a) $D_f = \{x : x > 1\}$ **b)** $x = 1$ vertikal asymptot, $y = 0$ horisontell asymptot då $x \rightarrow \infty$.

c) (Beräkna f' .) **d)** (Visa först att $f(\sqrt{2}) = \ln 2$.) **e)** $\phi'(\ln 2) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\phi''(\ln 2) = \frac{5}{2\sqrt{2}}$

6.a) 2 **b)** 0