

HEMUPPGIFTER I MATEMATISK ANALYS FÖR BI VECKA 5

1. Beräkna genom en lämplig substitution

$$\text{a) } \int x(x-3)^{20} dx \quad \text{b) } \int \frac{x-2}{(x+1)^2} dx \quad \text{c) } \int x \sin(x^2) dx \quad \text{d) } \int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx$$

(Ledning för **4d**: Kvadratkomplettera först.)

2. Beräkna genom partiell integration

$$\text{a) } \int x^2 \ln x dx \quad \text{b) } \int x \sin x dx \quad \text{c) } \int x \arctan x dx \quad \text{d) } \int e^{\sqrt[3]{x}} dx$$

(Ledning för **5c**: Använd polynomdivision efter den partiella integrationen.)

(Ledning för **5d**: Gör först en lämplig substitution.)

$$\text{3.a) Faktoruppdelning } x^2 - 4x - 5 \quad \text{b) Partialbråksuppdelning } \frac{x-11}{x^2 - 4x - 5}$$

$$\text{4. Beräkna a) } \int \frac{x-11}{x^2 - 4x - 5} dx \quad \text{b) } \int_1^3 \frac{x-11}{x^2 - 4x - 5} dx$$

$$\text{5. Bestäm en primitiv funktion till } \frac{2x+1}{(x+1)^2}.$$

a) genom substitutionen $t = x+1$ b) genom partiell integration och

$$\text{c) med hjälp av partialbråksuppdelningen } \frac{2x+1}{(x+1)^2} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1}.$$

SVAR:

1.a) $\frac{1}{22}(x-3)^{22} + \frac{1}{7}(x-3)^{21} + C$ **b)** $\ln|x+1| + \frac{3}{x+1} + C$ **c)** $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + C$

d) $\frac{1}{2}\arctan \frac{x+1}{2} + C$

2.a) $\frac{1}{9}x^3(3\ln x - 1) + C$ **b)** $-x\cos x + \sin x + C$ **c)** $\frac{x^2+1}{2}\arctan x - \frac{x}{2} + C$

d) $3(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2)e^{\sqrt[3]{x}} + C$

3.a) $(x+1)(x-5)$ **b)** $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-5}$

4.a) $2\ln|x+1| - \ln|x-5| + C$ **b)** $\ln 8$

5.a, c) $\frac{1}{x+1} + 2\ln|x+1|$ **b)** $-\frac{2x+1}{x+1} + 2\ln|x+1|$

OBS! $-\frac{2x+1}{x+1} + 2\ln|x+1| = \frac{1}{x+1} + 2\ln|x+1| - 2$