

HEMUPPGIFTER I MATEMATISK ANALYS FÖR BI V6

1. Ange vilka ansättningar som måste göras för att kunna partialbråksuppdelas följande rationella uttryck. (Koefficienterna behöver inte bestämmas!)

a) $\frac{7x-4}{(x+1)(x+2)}$ b) $\frac{3x+2}{x^2-2x-8}$ c) $\frac{3x+2}{x^2-2x+1}$ d) $\frac{3x+2}{x^3-2x^2-8x}$

e) $\frac{3x+2}{x^4-2x^3-8x^2}$ f) $\frac{x^4-3x^3+2}{x^5-2x^4-8x^3}$ g) $\frac{3x+2}{x^2+2x+5}$ h) $\frac{2x+6}{x^3+x^2+3x-5}$

2. Beräkna a) $\int \frac{x^2+5x+7}{x^2+2x+5} dx$ b) $\int_3^5 \frac{2x+6}{x^3+x^2+3x-5} dx$

3. Beräkna $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} \arctan x dx$.

4. Beräkna arean av de ändliga punktmängder som begränsas av kurvorna

a) $y = x^2 - 1$ och $y = 2x - 2x^2$ b) $y = |x|$ och $y = 1$.

5. Beräkna

a) $\int \cos^2 x dx$ b) $\int_{-2}^2 \cos^2 x \sin x dx$ c) $\int \cos^2 x \sin x dx$

d) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ e) $\int \sin^3 x dx$ f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ g) $\int e^{\cos v} \sin v dv$

h) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ i) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ j) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

SVAR:

1.a) $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$ **b)** $\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-4}$ **c)** $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$ **d)** $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-4}$

e) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+2} + \frac{D}{x-4}$ **f)** $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{D}{x+2} + \frac{E}{x-4}$ **g)** $\frac{3x+2}{x^2+2x+5}$

($x^2 + 2x + 5$ går ej att uppdelas i reella faktorer. Partialbråksuppdelningen är redan klar!)

h) $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+5}$ (Börja med att söka en rationell rot till $x^3 + x^2 + 3x - 5 = 0$.)

2.a) $x + \frac{3}{2} \ln(x^2 + 2x + 5) - \frac{1}{2} \arctan \frac{x+1}{2} + C$ **b)** $\frac{1}{2} \ln 2$

3. $\frac{1}{2}$ (Använd först partiell integration på integralen $\int_1^{\infty} x^{-3} \cdot \arctan x \, dx$.)

4.a) $\frac{32}{27} ae$ **b)** $1ae$

5.a) $\frac{1}{4}(2x + \sin(2x)) + C$ **b)** 0 **c)** $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ **d)** 0 **e)** $\frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C$

f) $\frac{2}{3}$ **g)** $-e^{\cos v} + C$ **h)** 0 **i)** $\frac{1}{2} \ln 2$ **j)** $\frac{4-\pi}{2}$