MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 140228 kl. 08.30–12.30
Tentamen | Telefonvakt: Dawan Mustafa
0703 088 304

LMA033b och LMA515c

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. (a) Bevisa att om matrisen $\mathbf{A}$ är inverterbar gäller att $\mathbf{AX} = \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. (3p)

(b) Lös ut $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen $\mathbf{AXB} - 2\mathbf{C} = \mathbf{XB}$. Ange speciellt vilka inverser som måste existera. (2p)

3. (a) Visa att arean av en triangel ges av formeln $T_{\text{ABC}} = \dfrac{1}{2}\,||\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}||$. (3p)

(b) I ett ONH- system är punkterna $A = (1,0,1), B = (2,1,3)$ och $C = (3,0,1)$ givna. Beräkna arean av triangeln ABC. (2p)

4. (a) Definera begreppet kommuterande matriser. (1p)

(b) Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & x & 4 \\ 2 & 2 & x \end{bmatrix}$. Finns det finns något värde på x så att

$\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kommuterar? Ange i så fall detta värde. (3p)

5. Låt L_1 vara den linje som går genom punkterna $P = (4,4,5)$ och $Q = (2,0,9)$. Undersök om linjen L_1 skär linjen $L_2 : x - 2 = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-4}{2}$. Ange i så fall skärningspunkten. (5p)

6. Anpassa med minsta kvadratmetoden kurvan $y = ax^2 + b$ till punkterna $(-1,1), (0,0), (1,1)$ och $(2,3)$ och beräkna medelfelet. (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v} = \mathbf{0}$ så är $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \bullet (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = ||\mathbf{u}||^{\mathbf{2}}||\mathbf{v}||^{\mathbf{2}}$. (1p)

(b) Varje ekvation med fler ekvationer än obekanta saknar lösning. (1p)

(c) Triangeln med hörn i punkterna $(1, 0, 1), (3, 1, 2)$ och $(2, 1, -2)$ är rätvinklig. (1p)

(d) För alla 2×2 matriser $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ gäller att $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$. (1p)

8. I ett ONH-system är punkterna $A = (1, 0, 1), B = (3, 1, 1), C = (4, 1, 5)$ och $D = -1, 2, 4)$ givna.

(a) Punkterna A, B och C ligger i samma plan Π. Bestäm en ekvation för planet Π. (1p)

(b) Beräkna höjden i tetraedern ABCD genom att först beräkna projektionen D_{proj} av punkten D på planet Π och sedan beräkna längden av vektorn $\overrightarrow{DD}_{\text{proj}}$. (3p)

9. Låt Π_1 vara planet $2x + y - 2z - 7 = 0$, låt Π_2 vara planet $x - z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}y$ och låt L vara linjen $x = y - 2 = \frac{z-3}{2}$. Punkten M ligger på linjen L och har lika stort avstånd till båda planen. Beräkna koordinaterna för M. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA033b och LMA515c 140228	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt A, B, C vara hörn i en triangel. Illustrera i figur vektorn $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm inversen till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Antag att $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ bildar en ONH- bas. Beräkna $(\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z) \times (3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_z)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Beräkna vinkeln mellan linjerna $L_1 : (x, y, z) = (1 + 3t, 2 + 2t, 1 - t)$ och $L_2 : (x, y, z) = (2 + s, 1 - s, 2 + s)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

(3p)

Lösning:

Svar: ....