MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 131219 kl. 08.30–12.30
Tentamen | Telefonvakt: Dawan Mustafa
0703 088 304

LMA033b och LMA515c

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2013 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. (a) Definera följande begrepp (3p)

i) trappstegsmatris ii) rang iii) vektorprodukt

(b) Bestäm rangen av matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ (2p)

3. (a) Bevis att om matrisen $\mathbf{A}$ är inverterbar, så är inversen entydigt bestämd. (2p)

(b) Visa att volymen av tetraedern ABCD ges av formeln (4p)

$$V_{\text{ABCD}} = \pm\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \bullet \overrightarrow{AD}.$$

4. Låt ES vara ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + ay + z = a^2+1 \\ 3x - 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$.

(a) Beräkna det$\mathbf{A}$ där $\mathbf{A}$ är koefficientmatrisen till ES, och avgör, med hjälp av resultatet, för vilka värden på konstanten a som $\mathbf{A}$ är inverterbar. (2p)

(b) Beräkna x med Cramers regel, för de värden på a för vilka detta är möjligt. (2p)

(c) Lös med eliminationsmetoden på matrisform, ES för $a = -1$. (2p)

5. Planet $\Pi : 2x + 2y - z + 18 = 0$ och linjen $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-2}{7}$ är givna. Beräkna vinkeln mellan planet Π och den räta linjen L. (3p)

6. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ approximativt med minsta kvadratmetoden och beräkna medelfelet. (4p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är vektorer i $\mathbb{R}^3$ så är $\mathbf{u} \bullet (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$ (1p)

(b) Om $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ är $m \times n$ matriser så är $\mathbf{A}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}$ och $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}$ definerade. (1p)

(c) Om $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ är $n \times n$ matriser så är $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det\mathbf{A} + \det\mathbf{B}$. (1p)

(d) Om $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ är $n \times n$ matriser så är $(\mathbf{A}+\mathbf{B})(\mathbf{A}-\mathbf{B}) = \mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2$ (1p)

8. Bestäm projektionen av punkten $P = (4, 4, 5)$ på linjen L: $x - 2 = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-4}{2}$. (4p)

9. För en parallellogram gäller att basen har längden 4 cm, omkretsen 12 cm och arean är 16 cm^2. Antag att parallellogrammen spänns upp av vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ och beräkna, med vektoralgebra, vinkeln mellan parallellogrammens diagonaler. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA033b och LMA515c 131219	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $(2\mathbf{A} + \mathbf{X})\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{I}$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm inversen till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Bestäm determinanten till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Bestäm på parameterform, linjen L som går genom punkten $(1, 2, 1)$ och som är ortogonal mot planet $\Pi : x + y - z - 2 = 0$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkterna $(1, -1, 0)$, $(-1, 3, 2)$ och $(2, 5, 1)$. **Lösning:** (3p)

Svar: ....