MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 150319 kl. 08.30–12.30
Tentamen | Telefonvakt: Tim Cadilin
0703 088 304

LMA033b och lma515c

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkändtdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. (a) Visa att arean av en triangel ges av formeln $T_{\text{ABC}} = \frac{1}{2}\,|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$. (3p)

(b) I ett ONH- system är punkterna $A = (1, 2, 1), B = (2, 3, 3)$ och $C = (3, 3, a)$ givna. Bestäm konstanten a så att vinkeln vid hörnet A blir trubbig. (3p)

3. (a) Definera vad som menas med en minstakvadratlösning till en ekvation $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. (2p)

(b) Anpassa med minsta kvadratmetoden en rät linje $y = a + b \cdot t$ till följande mätdata

$$\begin{array}{c|cccc} t & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline y & -1 & 1 & 0 & 3 \end{array}\,.$$

Rita en beskrivande figur! (4p)

4. Matriserna $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ är givna.

(a) Beräkna A^{-1} och B^{-1}. (4p)

(b) Lös matrisekvationen $AXB = C$. (2p)

(c) Är kolonnvektorerna i matrisen A linjärt oberoende? (1p)

5. Bestäm för varje reellt tal a antalet lösningar till ekvationssystemet (4p)

$$\begin{cases} x + y + 2z = a \\ x + (1-a)y + 2z = 0 \\ 2x + (2-a)y + a^2 z = 2a - 2 \end{cases}.$$

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) $(\mathbf{u}\times\mathbf{v}) \bullet \mathbf{v}= 0$ för alla vektorer $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ i $\mathbb{R}^3$. (1p)

(b) Avbildningen T som ges av $T(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2, x_1 + 2, 3x_2)$ är linjär. (1p)

(c) Om $AB = C$ och C har tre rader, så måste B också ha tre rader. (1p)

7. Vid ortogonal projektion på ett plan Π avbildas linjen

$$L_1 : \; x = -t, \quad y = 2t, \quad z = 3t \quad \text{på linjen} \quad L_2 : \; x = -t, \quad y = -t, \quad z = 2t.$$

Bestäm en ekvation för planet Π. (4p)

8. Låt $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ och $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ vara de linjära avbildningar som ges av

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_3, x_3 - x_2) \text{ och } G(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_1).$$

(a) Bestäm matriserna för de sammansatta avbildningarna $F \circ G$ och $G \circ F$. (3p)

(b) Är $F \circ G$ inverterbar? Är $G \circ F$ inverterbar? Bestäm i förekommande fall inversens matris. (2p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA033b och lma515c 150319	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm på parameterform, linjen L_1 som går genom punkterna $(1, 1, 0)$ och $(2, 1, 1)$. Ange också en linje L_2 som är ortogonal mot L_1 men som ej skär L_1. (4p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm determinanten till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Lösning: (3p)

Svar: ....

(c) Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkterna $(1, 2, 1)$, $(-1, 3, 3)$ och $(2, 4, 3)$. (4p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Låt $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = 3$ och $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \langle\, 1, -1, 1\rangle$. Bestäm vinkeln mellan vektorerna $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$. (4p)

Lösning:

Svar: ....