**1.** Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$. Beräkna $AB$. (1p)

**Lösning:**

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 7 & -3 \\ 15 & -3 \end{bmatrix}$$

**2.** Låt ES vara ekvationssystemet $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + y + az = 3 \end{cases}$.

Lös ES för de värden på parametern $a$ för vilka detta är möjligt. (3p)

**Lösning:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & a-2 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & a-2 & -4 \end{bmatrix}$$

om $a = -2$ saknas lösning

om $a \neq -2$ $\begin{cases} x = 4 + \frac{4}{a-2} = \frac{4a-4}{a-2} \\ y = -1 \\ z = -\frac{4}{a-2} \end{cases}$

**3.** Ange standardmatrisen för den linjära avbildning $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ som avbildar $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ på $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ på $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$. Beräkna även $T\left(\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}\right)$. (2p)

**Lösning:**

$$A = \begin{bmatrix} T(\vec{e}_1) & T(\vec{e}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**1.** Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$. Beräkna $BA$. (1p)

**Lösning:**

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 0 \\ 13 & -14 \end{bmatrix}$$

**2.** För vilket värde på parametern $a$ saknar ekvationssystemet

$$\begin{cases} x & & - & 4z & = & -2 \\ -2x & + & 2y & + & 7z & = & -1 \\ x & + & 2y & + & az & = & -2 \end{cases}$$

lösningar? (3p)

**Lösning:**

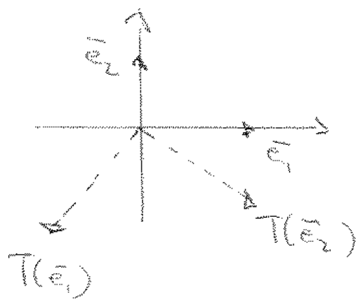
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ -2 & 2 & 7 & -1 \\ 1 & 2 & a & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & a+4 & 0 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & a+5 & 5 \end{bmatrix}$$

E.S. saknar lösning för $a = -5$

**3.** Ange standardmatrisen för den linjära avbildning $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ som roterar punkter $\frac{3\pi}{4}$ medurs. Rita figur! (2p)

**Lösning:**




$$A = \begin{bmatrix} T(\bar{e}_1) & T(\bar{e}_2) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\frac{5\pi}{4} & \cos\frac{7\pi}{4} \\ \sin\frac{5\pi}{4} & \sin\frac{7\pi}{4} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$