Ex.1

Systemets koefficientmatris kan skrivas

$$\begin{bmatrix} 1 & p-1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ p & 2 & p \end{bmatrix} \overset{-pR_1+R_3 \to R_3}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & p-1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2+p-p^2 & 0 \end{bmatrix}$$

Systemet är lösbart för alla högerled om och endast om $2+p-p^2 \neq 0$ d.v.s. för alla p utom $p=-1$ och $p=2$.

Ex.2

För $p=2$ är den utökade matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & b_1 \\ 0 & 1 & 2 & b_2 \\ 2 & 2 & 2 & b_3 \end{bmatrix} \overset{-2R_1+R_3 \to R_3}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & b_1 \\ 0 & 1 & 2 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & b_3-2b_1 \end{bmatrix}$$

och vi ser att systemet är lösbart om och endast om $b_3-2b_1=0$.

Väljer vi istället $p=-1$ får vi på samma sätt villkoret $b_1+b_3=0$.

Ex. 3

Totalmatrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & a & -4 & 3 \\ 1 & -3 & a & 2 \end{bmatrix} \underset{\sim}{\begin{matrix} -2R_1+R_2 \to R_2 \\ -R_1+R_3 \to R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & a-2 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & a+2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\overset{a \neq 2}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{a-2} \\ 0 & -4 & a+2 & 1 \end{bmatrix} \overset{4R_2+R_3 \to R_3}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{a-2} \\ 0 & 0 & a+2 & \frac{4}{a-2}+1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{a-2} \\ 0 & 0 & a+2 & \frac{a+2}{a-2} \end{bmatrix} \overset{a \neq -2}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{a-2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{a-2} \end{bmatrix}$$

Precis en lösning då $a \neq \pm 2$

Fall I: $a = -2$

Systemet blir då

$$\begin{bmatrix} \underline{1} & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \underline{1} & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

x, y bundna variabler

z fri variabel

∴ oändligt många lösningar då $a = -2$.

Fall II $a = 2$

Systemet blir då

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{1} \\ 0 & -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Pivotelementet står sist i raden.

Ekvationssystemet saknar lösning.

ÖB

Ex.1.

f svarar mot fikonpriset
t — " — tepriset
c — " — chokladpriset. ES blir då

$$\begin{cases} 4f + t + 10c = 110 \\ 3f + t + 7c = 85 \end{cases}$$

Totalmatris:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 10 & 110 \\ 3 & 1 & 7 & 85 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 1 & 10 & 110 \\ 0 & 1 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$ varav

$c = s$, $t = 2s + 10$, $f = 25 - 3s$

$$\begin{cases} f = 25 - 3s \\ t = 10 + 2s \\ c = \phantom{10 + {}} s \end{cases},$$

$s = 0$ ger $f + t + c = 25 + 10 + 0 = 35$, så Cam får betala 35:-.

Vidare ser vi att tepriset $t = 10 + 2s$ inte är entydigt bestämt.