

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, LMA164B

2011 12 17 kl.8.30–12.30.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan). Ej räknedosa.

Telefon: Lennart Falk 031-772 35 64

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma164b,c/1112/>

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

-
1. (a) Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \lg(14 - x) - \lg(x - 3)$.
(b) Lös ekvationen $\lg(14 - x) - \lg(x - 3) = 1$. (5p)

2. I en bakterieodling tillväxer bakterierna exponentiellt:

$$y(t) = 2000 \cdot 10^{0,2t}$$

där $y(t)$ är antalet bakterier vid tiden t (enhet timmar).

- (a) När är antalet bakterier uppe i 20000?
(b) När är antalet bakterier uppe i 40000?
(Svaret på (b) ges med hjälp av logaritm, närmevärde behövs inte). (4p)

3. (a) Lös ekvationen $\tan 3x = \sqrt{3}$.
(b) Lös ekvationen $\sin 5x = \sin(60^\circ - x)$.
(c) Bestäm konstanterna c och ϕ så att $3 \sin x + 3\sqrt{3} \cos x = c \sin(x + \phi)$. (9p)

4. Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^4 + 16 = 0$.
Svaren ska anges förenklade och på formen $a + bj$. (6p)

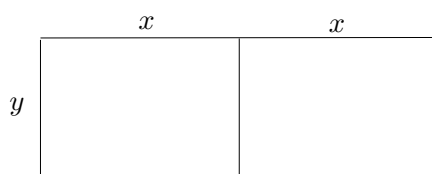
5. (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x}$.
(b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$. (6p)

6. Är funktionen $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{om } x < 0 \\ \cos x & \text{om } x \geq 0 \end{cases}$ kontinuerlig i $x = 0$?
Motivera ditt svar - bara ett ja eller nej ger ingen poäng här! (4p)

7. Beräkna vänsterderivatan $f'_-(2)$ och högerderivatan $f'_+(2)$ om $f(x) = x^2|x - 2|$ och avgör om f är deriverbar i $x = 2$. (4p)

8. Kurvan $y = 16 - x^2$ skär negativa x-axeln i punkten A och y-axeln i punkten B . Kurvan har en tangent som är parallell med den rätta linje som går genom A och B . Bestäm en ekvation för denna tangent. (6p)

9. En bonde vill inhägna ett rektangulärt område med arean 2400m^2 . Stängslet löper utmed rektangelsidorna, men har också en sträcka som delar rektangeln i två delrektanglar (kor i den ena och getter i den andra) av samma area. Hur ska rektangelns sidor väljas för att den totala längden av stängslet ska minimeras och hur långt blir stängslet då? (6p)



Lycka till! /LF

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Några andra formler

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \end{cases}$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$