

Amplitud-fasvinkelform, en variant på lärobokens framställning.

Det kan vara bra att hålla sig till samma sätt, så välj bokens eller denna men blanda inte ihop dem. T ex betyder bokstäverna a och b olika saker i de två varianterna. Å andra sidan bör man utreda sambandet själv varje gång med hjälp av additions/subtraktionsformeln för sinus. Då har man själv koll på vad som är a och vad som är b . Omskrivningen fungerar helt enkelt dåligt med utantillinlärning.

I läroboken sidan behandlas omskrivningen $a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$. Uttrycket i högerledet sägs vara i *amplitud-fasvinkelform*, amplituden är c , fasvinkeln är ϕ . Här ska ges en variant på hur detta kan göras. En svårighet med att bestämma fasvinkeln ligger i de olika tecken som a och b kan ha. Här undviker vi denna svårighet genom att alltid låta a och b vara positiva, men istället skriva uttrycken som $a \sin v + b \cos v$, $a \sin v - b \cos v$, $-a \sin v + b \cos v$ eller $-a \sin v - b \cos v$. Genom att välja mellan $c \sin(v + \phi)$ och $c \sin(v - \phi)$ kan vi alltid få ett ϕ som ligger i första kvadranten.

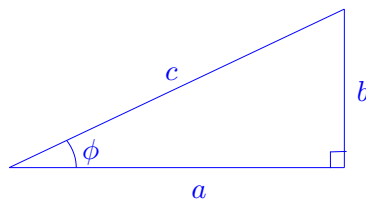
Fallet $a \sin v + b \cos v$, $a > 0$, $b > 0$.

$$\begin{aligned} a \sin v + b \cos v &= c \sin(v + \phi) \iff a \sin v + b \cos v = c(\sin v \cos \phi + \cos v \sin \phi) \\ \iff a \sin v + b \cos v &= (c \cos \phi) \sin v + (c \sin \phi) \cos v \iff \\ \begin{cases} c \cos \phi &= a \\ c \sin \phi &= b \end{cases} &\iff \begin{cases} \cos \phi &= \frac{a}{c} \\ \sin \phi &= \frac{b}{c} \end{cases} \end{aligned}$$

Om a , b och c är positiva och om ϕ är en spetsig vinkel, kan sambanden vi funnit illustreras med triangeln nedan. Ur den finner vi också att

$$\begin{cases} c = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \tan \phi = \frac{b}{a} \end{cases} \iff \begin{cases} c = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \phi = \arctan \frac{b}{a} \end{cases}$$

Vi har alltså funnit att $a \sin v + b \cos v = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(v + \arctan \frac{b}{a})$



Fallet $a \sin v - b \cos v$, $a > 0$, $b > 0$.

$$\begin{aligned} a \sin v - b \cos v &= c \sin(v - \phi) \iff a \sin v - b \cos v = c(\sin v \cos \phi - \cos v \sin \phi) \\ \iff a \sin v - b \cos v &= (c \cos \phi) \sin v - (c \sin \phi) \cos v \iff \\ \begin{cases} c \cos \phi &= a \\ c \sin \phi &= b \end{cases} &\iff \begin{cases} \cos \phi &= \frac{a}{c} \\ \sin \phi &= \frac{b}{c} \end{cases} \end{aligned}$$

Detta ekvationssystem är identiskt med det i föregående fall, illustreras av samma triangel och har samma lösning, så nu får vi $a \sin v - b \cos v = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(v - \arctan \frac{b}{a})$

Om vi har omvända tecken kan vi bryta ut -1 och göra på samma sätt:

$$-a \sin v + b \cos v = -(a \sin v - b \cos v) = -\sqrt{a^2 + b^2} \sin(v - \arctan \frac{b}{a})$$

Vanligen spelar det ingen roll att man fått ett minustecken framför amplituden, men man kan förstås ta bort det genom att addera eller subtrahera vinkeln $\pi = 180^\circ$, vi har ju att $-\sin u = \sin(u + \pi) = \sin(u - \pi)$.

Två exempel.

Ex 1. Skriv $4 \sin v - 3 \cos v$ som *en* sinusfunktion.

Vi sätter $4 \sin v - 3 \cos v = c \sin(v - \phi) = (c \cos \phi) \sin v - (c \sin \phi) \cos v$ och får $c = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. Med stöd av hjälptriangeln på föregående sida får vi också $\phi = \arctan \frac{3}{4}$ och därmed $4 \sin v - 3 \cos v = 5 \sin(v - \arctan \frac{3}{4}) \approx 5 \sin(v - 36,9^\circ)$.

Ex 1. Skriv $-4 \sin v + 3 \cos v$ som *en* sinusfunktion.

$$\begin{aligned} -4 \sin v + 3 \cos v &= -(4 \sin v - 3 \cos v) = (\text{se exempel 1!}) = -5 \sin(v - \arctan \frac{3}{4}) = \\ &(\text{använd } -\sin u = \sin(u + \pi)!) = 5 \sin(v - \arctan \frac{3}{4} + 180^\circ) \approx 5 \sin(v + 143,1^\circ) \end{aligned}$$