

1. Lös ekvationen $\ln x^2 + 2 = \ln x^4$. (4p)

2. Bestäm en ekvation för den tangent till kurvan $y = x^2 - 4x$ som är parallell med linjen $y = 4x + 2$. (5p)

3. Bestäm konstanten a så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x - 2} - \frac{2}{x - 1} \right)$$

existerar, samt beräkna gränsvärdet för det erhållna värdet på konstanten a . (5p)

4. Lös följande ekvationer.

a) $\cos x = -\frac{1}{2}$ b) $3 \cos x = \sin 2x$ c) $\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}$ (9p)

5. Lös ekvationen $z^3 = j - 1$. (4p)

6. Är $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 0 & , x = 2 \end{cases}$ en kontinuerlig funktion. (Motivera svaret) (4p)

7. Summan av två positiva tal är 4. Undersök om summan av det ena talet i kubik och det andra talet i kvadrat antar något minsta värde. Ange i så fall detta! (5p)

8. Lös ekvationen $4e^{4x} = 2^{-x^2}$. (5p)

9.

a) Använd någon lämplig additionsformel för att visa att $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

b) Formulera och bevisa satsen om derivatan av en summa.

c) Ange och bevisa Eulers formler. (9p)

Formler.

additionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Formler för godtyckliga vinklar

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) = \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \end{cases}$$

Areasatsen: $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Sinussatsen: $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$