

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, LMA164B

2012 12 19 kl.14.00–18.00.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.

Telefon: Jakob Hultgren 0734-407926

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma164b,c/1213/>

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

1. Lös ekvationerna (6p)

(a) $\lg(10^x - 18) = x - 1$

(b) $2^{x+3} + 6 \cdot 2^{x-1} = 33$

2. Bestäm *alla* lösningar till ekvationerna (6p)

(a) $\tan 4x = \sqrt{3}$ Svara exakt och i valfri vinkelenhet.

(b) $2 \sin x + \tan x = 0$ Svara exakt i radianer.

3. I en triangel är vinkeln $A = 41^\circ$, dess motstående sida $a = 17\text{cm}$ och en annan sida $b = 12\text{cm}$. Beräkna återstående sida och vinklar. (6p)

4. Beräkna $(\sqrt{3} - j)^{20}$ på formen $a + bj$. (6p)

5. Beräkna gränsvärdena (6p)

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{x^2 - 4}$

6. Bestäm ekvationer för tangenten till kurvan $y = x(x^2 + 3x + 2) + 5$ i punkten $x = 0$. (4p)

7. Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = \begin{cases} x - |x - 2| & \text{om } x < 2 \\ 2x + a & \text{om } x \geq 2 \end{cases}$ är kontinuerlig. (4p)

8. Betrakta funktionen $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 3$ (6p)

(a) Bestäm funktionens alla lokala extrempunkter.

(b) Bestäm största och minsta värdet av funktionen i intervallet $[-1, 1]$.

9. Är det sant att (6p)

$$\left(1 - \frac{2 \tan x}{\sin 2x}\right)^2 = \left(1 - \frac{2 \tan x}{\tan 2x}\right)^2$$

för alla x för vilka båda leden är definierade? Motivera ditt svar väl!

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Några andra formler

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \end{cases}$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$