

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, LMA164B

2013 02 11 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmittel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.

Telefon: Lennart Falk 772 3564

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma164b,c/1213/>

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

1. (a) Lös ekvationen $7 \cdot 6^{-x} = 10$. (2p)
(b) Lös ekvationen $\ln(x-4) + \ln(x-6) = 3 \ln 2 + \ln 3$. (3p)
2. Bestäm
 - (a) alla lösningar i intervallet $0 < x < \pi$ till ekvationen $\tan 5x = \sqrt{3}$ (svara med exakta värden i radianer). (3p)
 - (b) alla lösningar i intervallet $0 < x < 90^\circ$ till ekvationen $10 \sin 6x = 7$ (svara med närmevärden i grader). (3p)
3. I en triangel är två sidor 12 cm och 15 cm och dess area är 45 cm^2 . (6p)
Vad kan den återstående sidans längd vara?
4. Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^6 + 64 = 0$. (5p)
För full poäng ska lösningarna ges på formen $a + jb$ och utan trigonometriska uttryck.
5. Beräkna gränsvärdena (6p)
 - (a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x^2 - 7x + 3}$
 - (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-3x}}{x+x^2}$
6. Bestäm ekvationer för (a) tangenten och (b) normalen till kurvan $y = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$ i punkten $(-1, 1)$. (6p)
7. Bestäm och alla lokala max- och minpunkter samt terrasspunkter till funktionen $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{4x^3}{3}$. Det ska tydligt framgå hur man avgör vilken typ av punkt man har hittat. (6p)
8. Beräkna vänster- och högerderivatorna av funktionen $f(x) = |x-2|(x-2) + 4x$ för $x = 2$. (4p)
Är funktionen kontinuerlig i $x = 2$? Är funktionen deriverbar i $x = 2$? Motivera väl!
9. Från en båt som med konstant fart rör sig i rak kurs mot nordost, ser man en fyr kl 8.00 i en riktning 25° till vänster om färdriktningen. Kl 9.00 syns den rakt i norr. Vid vilken tid kan man vänta sig att se fyren rakt i väster? (6p)

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Några andra formler

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \end{cases}$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$