Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, LMA164B

2013 12 18 kl. 14.00–18.00.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.

Telefon: Lennart Falk 772 3564

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:
http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma164b,c/1314/

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper. SM, LF

---

1. Beräkna gränsvärdena (6p)

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+2x^2+5}{x+3x^2+2x^3}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{2x+5}}$

2. Lös följande ekvationer **exakt** i enheten grader. (7p)

   (a) $\cos 3x = \frac{1}{2}$. Svara med alla lösningar i intervallet $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

   (b) $\sqrt{3}\tan x - 2\sin x = 0$. Svara med alla lösningar i intervallet $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

3. Lös ekvationerna (6p)

   (a) $\ln(x-3) - \ln(x-1) = \ln(x-6) - \ln(x-5)$

   (b) $3 \cdot 5^{x+2} = 13 - 2 \cdot 5^{x+3}$

4. Bestäm alla lokala max- och minpunkter samt största och minsta värdena (globala max/min) för funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 28$ med definitionsmängden $\mathcal{D}_f = [-3, 5]$. (6p)

5. Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}j$. För full poäng ska lösningarna skrivas på formen $a + bj$ utan användning av trigonometriska uttryck. (6p)

6. I en triangel är vinkeln $A = 45^\circ$ och motstående sidan är $a = 15$. En annan sida $b = 8$. (7p)

   (a) Beräkna övriga vinklar och sidan c.

   (b) Om vi behåller värdena på A och b, för vilka *andra värden* på a än 15, ange när vi får två fall, ett fall eller ingen lösning alls.

7. En funktion defineras enligt: $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{om} \quad x<1 \\ x^2+ax+b & \text{om} \quad 1 \leq x \leq 4 \\ 3x-7 & \text{om} \quad x>4 \end{cases}$ där a och b är konstanter. (6p)

   (a) Bestäm a och b så att f är *kontinuerlig funktion.*

   (b) Är f en *deriverbar funktion*? Motivera ditt svar!

8. Denna uppgift handlar om kurvan $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$. (6p)

   (a) Bestäm en ekvation för kurvans tangent i den punkt som har x-koordinaten -1.

   (b) Låt P vara den punkt på den nämnda tangenten som har x-koordinaten -2. Det finns då ytterligare en tangent till kurvan som går genom P. Bestäm x-koordinaten för den punkt där den tangerar kurvan.

   (c) Genom P går flera normaler till kurvan. Bestäm en ekvation för **en** av dessa.

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha + \beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha - \beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

Formler för dubbla vinkeln

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

Några andra formler

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) & = & \cos\alpha \\ \sin(-\alpha) & = & -\sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos(\pi-\alpha) & = & -\cos\alpha \\ \sin(\pi-\alpha) & = & \sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos(\pi+\alpha) & = & -\cos\alpha \\ \sin(\pi+\alpha) & = & -\sin\alpha \end{cases}$$

Areasatsen

$T = \dfrac{ab\sin C}{2}$

Sinussatsen

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$