Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, LMA164B

2014 02 10 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.
Telefon: Sverker Mattsson 772 3537
För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.
Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:
http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lma164b,c/1314/
Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper. Lärare: Sverker Mattsson, Lennart Falk

---

1. Solvera trianglarna med (6p)

   (a) sidorna $b = 6,\ c = 12$ och vinkeln $C = 80°$. (Vinkeln A står mot sidan a etc.)
   (b) sidorna $a = 6,\ b = 5$ och vinkeln $C = 110°$.

   Svara med en decimal.

2. Beräkna gränsvärdena (6p)

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x} + x^2 + 2}{1 + 3x + 4x^2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt{5x+1} - \sqrt{3x+7}}$

3. Lös ekvationerna (6p)

   (a) $2 \cdot 3^{x+4} = 10 - 12 \cdot 3^{x+2}$
   (b) $\ln(x-4) - \ln(x-6) = \ln(x-2) - \ln(x-5)$

4. Lös följande ekvationer, svara i enheten grader. (8p)

   (a) $\tan 6x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Ange alla lösningar i intervallet $0° \le x \le 90°$.
   (b) $4\cos x + 3\sin x = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. Ange alla lösningar i intervallet $0° \le x \le 90°$ med en decimal.

5. Bestäm alla lokala max- och minpunkter för funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 21$ i intervallet $-2 \le x \le 4$. (6p)

6. Bestäm alla komplexa tal z som uppfyller $z^4 = -\frac{1}{32} - \frac{\sqrt{3}}{32}j$. För full poäng ska lösningarna skrivas på formen $a + bj$ utan användning av trigonometriska uttryck. (6p)

7. En funktion defineras enligt: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 6 & \text{då} \quad x < -1 \\ a + bx - x^2 & \text{då} \quad -1 \le x \le 2 \\ x^2 - 6x + 12 & \text{då} \quad x > 2 \end{cases}$ (6p)

   Bestäm konstanterna a och b så att $f(x)$ blir kontinuerlig. Kan $f(x)$ bli deriverbar?
   Till sist: rita kurvan $y = f(x)$ med de värden du fick på a och b.

8. Visa att det finns precis en gemensam tangent till kurvorna $y = f(x) = x^2 - 6x + 14$ och $y = g(x) = x^2 + 4x + 6$. Tangenten tangerar den första kurvan i $(a, f(a))$, den andra i $(b, g(b))$. Bestäm dessa punkters x-koordinater a och b. Rita figur! (6p)
   Tips: beräkna tangentens riktningskoefficient på tre olika sätt.

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

Formler för dubbla vinkeln

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

Några andra formler

$\left\{\begin{array}{rcl}\cos(-\alpha) & = & \cos\alpha\\ \sin(-\alpha) & = & -\sin\alpha\end{array}\right.\qquad\left\{\begin{array}{rcl}\cos(\pi-\alpha) & = & -\cos\alpha\\ \sin(\pi-\alpha) & = & \sin\alpha\end{array}\right.\qquad\left\{\begin{array}{rcl}\cos(\pi+\alpha) & = & -\cos\alpha\\ \sin(\pi+\alpha) & = & -\sin\alpha\end{array}\right.$

Areasatsen

$T=\dfrac{ab\sin C}{2}$

Sinussatsen

$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$