

1. Beräkna följande gränsvärden.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+x-6}$. b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. (5p)

2. Bestäm en ekvation för den tangent till kurvan $y = x^2 - x$ som är parallell med linjen $y = 3x - 1$. (5p)

3. Funktionen $f(x) = \frac{|x|}{x}$ är given. (Motivera svaren nedan!)

a) Existerar gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?

b) Är f är en kontinuerlig funktion? (5p)

4. Lös följande ekvationer.

a) $\sin x = \frac{1}{2}$ b) $2 \sin x = \sin(2x)$ c) $\cos(2x) + \sin(2x) = \sqrt{2}$ (9p)

5. Lös ekvationen $z^3 = 8j$. Ange svaret på formen $x + jy$. (5p)

6. Funktionen $f(x) = \ln(x-4) - \ln(8-x) - \ln 3$ är given.

a) Ange funktionens definitionsmängd.

b) Ange funktionens nolltälle. (5p)

7. För vilka v är $|\cos v| \leq \frac{1}{2}$, $0 \leq v \leq 2\pi$. (4p)

8. En plåtskiva har formen av en rektangel med diagonalen 1 dm. Rektangeln böjs till en rak cirkulär cylinder. Bestäm cylinderns maximala volym. (5p)

9.

a) Ange och bevisa Eulers formler.

b) Bevisa cosinussatsen. (7p)

Formler.

additionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Formler för godtyckliga vinklar

$$\begin{cases} \cos(-\alpha) = \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \end{cases}$$

Areasatsen: $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Sinussatsen: $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$