

Tentamensskrivning i matematik del C 20110426

Kurskod: LMA163

Examinator: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Inga

1. Funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ är given.

(a) Undersök om f har några nollställen.

(b) Undersök om f har några asymptoter.

(c) Undersök om f har några lokala max- eller minipunkter.

(d) Skissera grafen till f .

(8p)

2. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = e^{\sin x}$ i den punkt på kurvan som har x -koordinaten π .

(4p)

3. Funktionen $f(x) = e^{-x^2}$ antar ett största värde. Funktionen har även två inflexionspunkter. Ange största värde, inflexionspunkter samt skissera grafen till f .

(6p)

4. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + e^{2x+1}}{x^3 e^x + e^{2x}}$.

(4p)

5. Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = 2x + \frac{2x+a}{1}$ får ett lokalt minimum för $x = 1$.

(8p)

6. Konstruera kurvan $y = \frac{\ln x}{\ln 2x}$ med angivande av definitionsmängd, eventuella lokala max- och minipunkter, inflexionspunkter samt asymptoter.

(10p)

7. Visa att $D \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$.

(5p)

8. Formulera och bevisa satsen om derivatan av en sammansatt funktion. Vid genomförandet av beviset antar vi att $g(x+h) - g(x) \neq 0$.

(5p)

Äberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.
Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

1. Funktionen $f(x) = \frac{1}{x^3}$ är given.

- a) Bestäm derivatan av $f(x)$ med hjälp av derivatans definition. (3p)
b) Beräkna arean av triangeln som begränsas av koordinataxlarna och kurvans tangent i den punkt där $x = 2$.

(Löses även om man inte klarat uppgift a) så som angivits.)

(3p)

2. Bestäm lokala extrempunkter och asymptoter till $f(x) = \frac{2x^2}{x-3} - 3x - 1$ samt skissera funktionens graf.

(8p)

3. Bestäm derivatan av följande funktioner.

a) $\sqrt{x^4 + 1}$ b) $\sin^2 3x$ c) $x \ln(x^4 + 1)$

(6p)

4. Beräkna a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{2x}}{e^{3x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2x+1) - \ln(x+3)]$

(6p)

5. Funktionen $y(x)$ definieras implicit genom $xy^3 + 3y^2 - x^2 + 8 = 0$.

Bestäm normalen till $y(x)$ i den punkt i andra kvadranten där $y = 2$.

(5p)

6. Bestäm ev. terrasspunkter, lokala extrempunkter, inflexionspunkter samt asymptoter till funktionen $f(x) = x e^{-x^2/2}$ samt skissera funktionens graf. (8p)

7. Visa att $D \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$

(4p)

8. Härled formeln för derivatan av en produkt.

(5p)