

Tentamensskrivning i matematik del D 20110523

Kurskod: LMA163

Examinator: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

1. Beräkna följande integraler.

$$\text{a) } \int x \sin 2x \, dx \qquad \text{b) } \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} \, dx \qquad \text{c) } \int_0^4 \cos \sqrt{x} \, dx \quad (10\text{p})$$

2. Ljusets intensitet $I(x)$ på ett djup av x meter under havsytan uppfyller enligt Lamberts lag ekvationen $\frac{dI}{dx} = -\mu I$, där μ är en konstant. Bestäm I då $I(0) = I_0$. (4p)

3. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^3 + 4x$ och $y = 4x^2$. Rita figur!. (5p)

4. Skriv den geometriska serien $e^x + e^{2x} + e^{3x} + \dots$ med summabeteckning. Bestäm också talet x så att serien blir konvergent med summan 2. (5p)

5. Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår då kurvan $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, får rotera kring x -axeln. (5p)

6. Visa med induktion att $\sum_{k=1}^n x^{k-1} = \frac{1-x^n}{1-x}$, $n \geq 1$. (5p)

7. Lös differentialekvationerna

$$\begin{aligned} \text{(a) } & y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1 \\ \text{(b) } & y' = (y^2 - 1)x \end{aligned} \quad (10\text{p})$$

8. En bassäng som rymmer 5000 liter är fylld med förorenat vatten, där föroreningens koncentration är 5%. Man börjar tappa ut det förorenade vattnet med en hastighet av 50 l/min. Samtidigt påfylls rent vatten med samma hastighet som det avtappade. Hur lång tid tar det innan föroreningens koncentration gått ner till 1%. (Under hela förloppet sker omrörning i bassängen, varför man kan anta att vätskan är fullständigt blandad.) (6p)