

Tentamensskrivning i matematik del E 20120604

Kurskod: LMA164

Examinator: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

1. Beräkna följande integraler.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{x^2 + x} dx & \text{b) } \int_1^{\sqrt{2}} x(1 + x^2) dx & \text{c) } \int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1} dx \end{array} \quad (10\text{p})$$

2. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = \sin 2x$, positiva x -axeln och de vertikala linjerna $x = \frac{\pi}{6}$ och $x = \frac{2\pi}{3}$. Rita figur! (5p)

3. Antalet insekter P i en insektspopulation tillväxer enligt differentialekvationen

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

där t är tiden i dygn och k är en positiv konstant. Bestäm funktionen $P(t)$ om man vet att antalet insekter vid tiden $t = 0$ är 250 och att efter 2 dygn är antalet 1000. (5p)

4. Visa med induktion att $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$, $n \geq 1$. (5p)

5. Lös differentialekvationen $y'' - y' - 2y = 2x^2 + 2x + 4$. (6p)

6. Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y' = (y^2 - 1)x^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$ (5p)

7. I ett nyvädrat rum med volymen 120 m^3 börjar några personer att röka. Röken sprider sig i en takt av $0.01 \text{ m}^3/\text{min}$ och den välblandade rökluften lämnar rummet i samma takt och ersätts med ren luft genom ventilation med samma takt $0.01 \text{ m}^3/\text{min}$. Röken innehåller 4% av den hälsovådliga gasen CO . Bestäm halten av gasen CO som funktion av tiden. Efter hur lång tid nås det hälsovådliga värdet 0.012%? (6p)

8. Bevisa areaformeln, $A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. (4p)

9. Formulera och bevisa formeln för en aritmetisk summa.

(4p)