

Baskunskapstentamen 1 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, MEI1 och MI1 den 2008-09-15.

Tid: 8.15 - 10.15. **Hjälpmedel:** Inga!

1. Matrisen $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 11 & 16 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ är given.

a) Bestäm rangen av matrisen $\mathbf{M}$. (0,5p)

b) Ett linjärt ekvationssystem har totalmatrisen $\mathbf{M}$ och tre obekanta x_1 , x_2 och x_3 .

Överför totalmatrisen för ekvationssystemet till reducerad form och lös sedan ekvationssystemet med hjälp av den reducerade matrisen. (1,5p)

2.a) Definiera begreppet invers matris. (1p)

b) Bevisa att en matris har högst en invers. (2p)

3. Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$.

a) Beräkna $(2\mathbf{A} - \mathbf{B})^{-1}$. Använd Jacobis metod. (1p)

b) Beräkna $(\mathbf{AB})^T$. (1p)

4. Matrisekvationen $\mathbf{A} + 2\mathbf{X} = \mathbf{XB}$ är given.

a) Lös ut $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen. (Du får anta att de inverser som behövs existerar.) (1p)

b) Bestäm $\text{typ}\mathbf{B}$ då $\mathbf{A}$ har 4 kolonner. (1p)

SVAR: 1.a) rang $\mathbf{M} = 2$ **b)** $\mathbf{M} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \begin{cases} x_1 = 4 - 2t \\ x_2 = t \\ x_3 = 0 \end{cases}$

2.a) Teori b) Teori

3.a) $(2\mathbf{A} - \mathbf{B})^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ b) $(\mathbf{AB})^T = \begin{bmatrix} 17 & 37 \\ 12 & 26 \end{bmatrix}$

4.a) $\mathbf{X} = -\mathbf{A}(2\mathbf{E} - \mathbf{B})^{-1}$ b) $\text{typ}\mathbf{X} = 4 \times 4$