

Baskunskapstentamen 2 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, EPI, MEI1 och MI1 2010-10-04.
Tid: 8.15 - 10.15 **Hjälpmedel:** Inga! **Examinator:** Håkan Blomqvist

OBS! Ange utbildningsprogram, (DAI för data, DEI för design, EI för elektro, EPI för ekonomi och produktion, MEI för mekatronik och MI för maskin), samt inskrivningsår, (t ex 10), på skrivningsomslaget! **Alla** lösningar skall vara fullständigt redovisade och svaren fullständigt förenklade!

1. Antag att $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ är en ONH-bas.

a) Beräkna $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_x$ och $\mathbf{e}_x \bullet \mathbf{e}_y$ med hjälp av definitionen för **skalär** produkt. (1p)

b) Visa att varje vektor $\mathbf{a}$ kan skrivas $\mathbf{a} = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z$
där talen a_x, a_y och a_z är entydigt bestämda. (2,5p)

c) Beräkna $\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_x$ och $\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z$ med hjälp av definitionen för **vektoriell** produkt. (1,5p)

(Du får inte använda koordinatformen av basvektorena.)

2. Visa att avståndet d från punkten P_1 med Ortsvektorn $\mathbf{r}_1$ till räta linjen L

med ekvationen $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + t\mathbf{v}$, ges av formeln: $d = \frac{|\mathbf{v} \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)|}{|\mathbf{v}|}$. (3p)

3. Antag att punkterna $A = (1; 2; 3)$, $B = (2; 4; 5)$ och $C = (2; 2; 4)$
är givna i ett ONH-system.

a) Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{AC}$. (1,5p)

b) Beräkna projektionen av vektorn $\overrightarrow{AB}$ på vektorn $\overrightarrow{AC}$. (1p)

c) Beräkna $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. (1p)

d) Beräkna arean av triangeln ABC. (0,5p)

e) Ange på **parameterform** och **parameterfri form** ekvationen för den räta linje
som går genom A och B. (1p)

f) Ange, utöver A och B, ytterligare en punkt på den räta linje som går genom A och B. (0,5p)

g) Ange på koordinatform ekvationen för det plan, som går genom A, B och C. (1p)

h) Punkten D ligger mitt på sträckan AC och punkten E ligger på sträckan AB
så att sträckan DE är vinkelrät mot sträckan AC. (Gör figur!)
Beräkna koordinaterna för punkterna D och E. (1,5p)

SVAR: 1. Teori 2. Teori 3. **a)** $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

$$\mathbf{b)} \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c)} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d)} } T_{ABC} = \frac{3}{2} \text{ ae} \quad \mathbf{e)} \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{array} \right. ; \quad x - 1 = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{2}$$

$$\mathbf{f)} } \text{T ex } (3; 6; 7) \quad \mathbf{g)} } 2x + y - 2z + 2 = 0 \quad \mathbf{h)} } \text{D} = (\frac{3}{2}; 2; \frac{7}{2}); \text{E} = (\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3})$$