

Baskunskapstentamen 1 i Algebra för DAI1, DEI1, EI1, EPI, MEI1 och MI1 2010-09-13.
Tid: 8.15 - 10.15 Hjälpmedel: Inga! Examinator: Håkan Blomqvist

1.a) Bestäm rangen av matrisen $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & p & 2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ för alla värden på parametern p . (1p)

b) Definiera begreppet reducerad matris. (1p)

c) Överför totalmatrisen för ekvationssystemet
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ 4x + 2y + 4z = 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

till reducerad form och lös sedan ekvationssystemet med hjälp av den reducerade matrisen. (1p)

2.a) Bevisa att om matriserna $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kommuterar, så är $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kvadratiska och av samma typ. (2p)

b) Finns något värde på talet c så att $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} c & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ kommuterar?
 Bestäm i så fall detta värde. (1p)

c) Beräkna $(2\mathbf{C}^T - \mathbf{D})^{-1}$ då $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$.
 Använd Jacobis metod för matrisinverteringen. (1p)

3. Matrisekvationen $2\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{C} + \mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{X}$ är given.

Man vet att $\mathbf{B}$ har fem kolonner och att $\mathbf{C}$ har åtta kolonner.

a) Bestäm $\text{typ}\mathbf{X}$. Motivera svaret noggrant. (1p)

b) Lös ut $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen. (Du får anta att de inverser som behövs existerar.) (1p)

SVAR: 1.a) $\text{rang}\mathbf{M} = \begin{cases} 1 & \text{om } p = 2 \\ 2 & \text{om } p \neq 2 \end{cases}$ **b)** Teori **c)** $\mathbf{M} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

2.a) Teori **b)** $c = 3$ **c)** $(2\mathbf{C}^T - \mathbf{D})^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -10 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

3.a) $\text{typ}\mathbf{X} = 5 \times 8$ **b)** $\mathbf{X} = (2\mathbf{A} - \mathbf{B} - \mathbf{E})^{-1}\mathbf{C}$