

Chalmers Tekniska Högskola

Dugga för DAI1 och EI1, LMA 018, 20110912, 8.15-10.15

1. Givet följande matriser

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- (a) Vilka av matriserna (A)-(F) är trappstegsmatriser? 0.5p
(b) Vilka av matriserna (A)-(F) är reducerade matriser? 0.5p
(c) Ange rangen på samtliga matriser. 1p

Endast enkla beräkningar behöver göras i (c).

2. (a) Överför följande ekvationssystem på matrisform och lös sedan systemet, via reducerad matris.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\2x - y + 3z &= 1 \\x + 2z &= 2\end{aligned}$$

1.5p

- (b) Bestäm rangen av följande matris $\mathbf{A}$ för olika värden på parametern a .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -4 & 5 \\ 1 & a & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

1p

- (c) Bevisa att för matriser $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$, är $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T$ och $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$ är av samma typ, för lämpliga matriser $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$. 0.5p
(d) Bevisa att $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$, för lämpliga matriser $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$. 2.0p

3. Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} + 3\mathbf{X}$.

- (a) Lös ut matrisen $\mathbf{X}$. (Du får antaga att de inverser som behövs existerar.) 1p
(b) Visa att matrisen $\mathbf{A}$ måste vara kvadratisk. 1p