



Chalmers Tekniska Högskola Campus Lindholmen

Dugga för DAI1 och EI1, LMA 212, 20120917, 8.00-10.00

Fullständig lösning krävs på uppgift 2, 3 och 4.

1. Givet följande totalmatriser för ES (linjära ekvationssystem), på trappstegsform. I A), B) och C) har man totalmatriser för två variabler x och y . I D), E) och F) har man totalmatriser för tre variabler x , y och z .

A)

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 12 \\ 0 & 1 & 54 \end{array} \right]$$

B)

$$\left[\begin{array}{cc|c} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{array} \right]$$

C)

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

D)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

E)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

F)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

För respektive ES

- (a) ange rangen på koefficientmatriserna, 0.5p
- (b) ange rangen på totalmatriserna, 0.5p
- (c) ange antalet lösningar till motsvarande ES. 1p

Motsvarande ES behöver inte lösas.

2. (a) Överför följande ekvationssystem på matrisform och lös sedan systemet, via (rad-)reducerad matris.

$$\begin{aligned} x + y - 2z &= -2 \\ x + 2y - z &= 1 \\ x + 3y &= 4 \end{aligned}$$

1.5p

- (b) Bestäm rangen av följande matris $\mathbf{A}$ för olika värden på parametern p .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & p & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

1p

3. Två matriser $\mathbf{A}$ är av typ $m \times p$ respektive $\mathbf{B}$ av typ $q \times n$.

- (a) Ge ett ekvivalent villkor på m , p , q , och n för att matrisen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ skall existera. Vad är typ $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ under detta villkor? 1p
- (b) Ge ett *nödvändigt* villkor på m , p , q , och n för att likheten $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ skall vara sann. 1.5p

4. Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} - \mathbf{X}$. Utgå från att matrisekvationen är korrekt.

- (a) Antag att typ $\mathbf{A} = 3 \times n$ och typ $\mathbf{B} = 3 \times 2$. Bestäm typen för $\mathbf{X}$ och typen för $\mathbf{A}$. 0.5p
- (b) Vad är matrisen $\mathbf{X}$ uttryckt i matriserna $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$? (Du får antaga att de inverser som behövs, existerar.) 1.5p