



Dugga/Baskunskapstentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod LMA 212, för DAI och EI, onsdag f.m. 20140115

Inga hjälpmedel! Ansvarig lärare Reimond Emanuelsson, tel 031 772 5888/031 772 5892

**Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!**

1. Givet vektorerna  $\mathbf{u} = (2, 3, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (1, 5, 4)$ .

(a) Förenkla så långt som möjligt  $|\mathbf{v} - 4\mathbf{u}|$ , (b) Bestäm exakt vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$ .

(c) Bestäm  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ . (d) Bestäm samtliga vektorer  $\mathbf{w}$ , som är vinkelräta mot  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  och har längd 1.

5p

2. Givet matriserna  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \end{bmatrix}$  med reella element.

(a) Beräkna den/de matrisprodukt-er  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  eller  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$  som är möjlig-a.

(b) Beräkna  $\det \mathbf{A}$ .

(c) Antag att  $\det \mathbf{A} \neq 0$ . Skriv upp inversmatrisen till  $\mathbf{A}$  uttryckt med elementen i  $\mathbf{A}$ .

5p

3. Givet matrisen  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ .

(a) Matrisen  $\mathbf{A}_v^{-1} := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  kallas vänsterinvers till  $\mathbf{A}$ .  
Utför multiplikationen  $\mathbf{A}_v^{-1} \cdot \mathbf{A}$ .

(b) Lös matrisekvationen  $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  genom att använda vänsterinversen  $\mathbf{A}_v^{-1}$  i (a).

(c) Lös matrisekvationen  $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  genom att använda vänsterinversen  $\mathbf{A}_v^{-1}$  i (a).

(d) Undersök om lösningarna i (b) och (c) är riktiga, genom att sätta in dessa i den ursprungliga ekvationen.

4p

4. Betrakta matrisekvationen

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} - 2\mathbf{X}. \quad (1)$$

(a) Lös ut  $\mathbf{X}$  i matrisekvationen i (1). Förutsätt att lämpliga matriser är inverterbara.

(b) I (1) har  $\mathbf{A}$  2 rader och  $\mathbf{B}$  3 kolonner. Bestäm typerna för  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  och  $\mathbf{X}$ .

3p

5. Givet fyra punkter  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  och  $S$  i  $\mathbb{R}^3$ .

(a) Inför lämpliga vektorer uttryckta med  $P$ ,  $Q$  och  $R$  och ge ett uttryck för triangeln med hörn i  $P$ ,  $Q$  och  $R$ .

(b) Inför lämpliga vektorer uttryckta med  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  och  $S$  och ge ett uttryck för tetraedern med hörn i  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  och  $S$ .

4p

6. Antag att  $\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  är två matriser med typ  $\mathbf{A} = 3 \times 4$  och typ  $\mathbf{B} = 3 \times 2$ . Vilka av följande matrismultiplikationer är möjliga?

- (a)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  (b)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^T$  (c)  $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}$  (d)  $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}^T$   
(e)  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$  (f)  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^T$  (g)  $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}$  (h)  $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$

4p

Lycka till!