



Lösningsförslag till tentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod LMA 212, för DAI och EI, onsdag e.m. 20120111

1.

$$z = \frac{3+2j}{j-5} = -\frac{1}{2} - \frac{j}{2}, \quad \operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}, \quad |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \arg z = -\frac{3\pi}{4} = -135^\circ.$$

2p

2.

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = -4 \\ x + y - 3z = 0 \\ -2x - y + 4z = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x = t - 1, \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases} \in \mathbb{R}$$

(a) $\det \mathbf{A} = 0$.

2p

(b) Beräkna...

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1p

3. Givet koordinaterna för tre punkter; $(x_1; y_1) = (1; 3)$, $(x_2; y_2) = (-1; 2)$ och $(x_3; y_3) = (1; 1)$.

(a) Vi får ett ES

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Detta ES multipliceras med transponatet till $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ från vänster. Detta ger

ES

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} k \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

så att $y = x + 4/3$

2p

(b) Medelfelet är

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

2p

4. Följande punkter, i ett ONH-system, är givna.

$$P = (1; 1; 2), \quad Q = (3; 0; 3), \quad R = (2; 2; 4) \text{ och } S = (5; -1; 1).$$

(a) Vinkeln mellan $\overrightarrow{PQ}$ och $\overrightarrow{PR}$ ges av

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \iff \theta = 60^\circ$$

En ekvation är

$$\mathbf{n} \cdot ((x, y, z) - (1, 1, 2)) = x + y - z = 0$$

2.5p

(b) Arealen på triangeln med hörn i P , Q och R är

$$\frac{1}{2} |(3, 3, -3)| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

2.5p

(c) Volymen av tetraedern med hörn i punkterna P , Q , R och S är $\frac{3}{2}$.

2.5p

5. (a) Lös ekvationen... $z^2 = 8 + 8i\sqrt{3} \iff z = \pm(2\sqrt{3} + 2i)$.

2.5p

(b) Polynomet $z^2 - (8 + 8i\sqrt{3}) = (z + 2\sqrt{3} + 2i)(z - 2\sqrt{3} - 2i)$ som en produkt av två polynom av grad 1.

2.5p

6. Polynomet

$$z^3 + 2z^2 + 3z + 6 = (z - i\sqrt{3})(z + i\sqrt{3})(z + 2)$$

4.5p