

Chalmers Tekniska Högskola

Lösningssförslag till dugga för DAI1 och EI1, LMA 212, 20120917, 8.00-10.00

1.

Övning	rang koeff. matris	rang totalmatris	antal lösningar
A)	2	2	1
B)	1	2	0
C)	1	1	∞
D)	2	3	0
E)	2	2	∞
F)	2	3	0

2. (a) Överför följande ekvationssystem på matrisform och lös sedan systemet, via reducerad matris.

$$\begin{array}{rcl} x + y - 2z & = & -2 \\ x + 2y - z & = & 1 \\ x + 3y & = & 4 \end{array} \sim \dots \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

så att $x = 3z - 5$ och $y = 3 - z$. Med $z = t$ blir lösningen

$$\begin{cases} x = 3t - 5 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- (b) (Bestäm rangen av följande matris $\mathbf{A}$ för olika värden på parametern p .)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & p & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & p & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Om $p = 0$ är rangen 2 och om $p \neq 0$ är rangen 3.

3. (Två matriser $\mathbf{A}$ är av typ $m \times p$ respektive $\mathbf{B}$ av typ $q \times n$.)

- (a) Ekvivalent villkor för att matrisen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ skall existera är att $p = q$.
 $\text{typ}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = m \times p \cdot p \times n = m \times n$ under detta villkor.
- (b) Ett *nödvändigt* villkor på m, p, q , och n : För att $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ skall existera är $p = q$.
För att $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ skall existera måste $n = m$.
Alltså är $\text{typ}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = m \times m$ och $\text{typ}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}) = n \times n$, så att $m = n$.
Villkoret är att $m = n = p = q$ för att likheten $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ skall vara sann.

4. (Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} - \mathbf{X}$. Utgå från att matrisekvationen är korrekt.)

- (a) $\mathbf{B}$ och $\mathbf{X}$ är av samma typ p.g.a. HL, alltså 3×2 . Produkten $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}$ har samma typ 3×2 . $\text{typ} \mathbf{A} = 3 \times n$ och $\text{typ} \mathbf{X} = 3 \times 2$, så att $n = 3$.
- (b)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} - \mathbf{X} \iff (\mathbf{A} + \mathbf{E}) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \iff \mathbf{X} = (\mathbf{A} + \mathbf{E})^{-1} \cdot \mathbf{B}$$