

Föreläsningar av kapitel 5

Exempel 5.1 Förekla

$$\frac{x^2-2}{x^2-2x} + \frac{2x-1}{x} + \frac{5}{2-x} = \{\text{MGN}\} = \frac{3x-10}{x-2}.$$

■

Exempel 5.2 Lös ekvationen

$$\frac{x^2-2}{x^2-2x} + \frac{2x-1}{x} + \frac{5}{2-x} = 0.$$

Lösning: Ekvationen kan ekvivalent skrivas

$$\frac{3x-10}{x-2} = 0$$

som är ekvivalent med att täljaren = 0 och nämnaren $\neq 0$, d.v.s. $x = 10/3$.

■

Exempel 5.3 Faktoruppdelar...

$$3x^2 - 4 = \frac{1}{3} (3x - 2\sqrt{3}) (3x + 2\sqrt{3}).$$

■

Exempel 5.4 Faktoruppdelar

$$\frac{4a^2}{b^3} - \frac{8a}{b} = \dots = \frac{4a(a-2b^2)}{b^3}.$$

■

Exempel 5.5 Utveckla

$$(4a^2b - a)(2a + b) = \dots = 8a^3b + 4a^2b^2 - 2a^2 - ab.$$

Exempel 5.6 Skriv på MGN...

$$\frac{2x-1}{x} - \frac{2x+1}{x+1} = \dots = -\frac{1}{x(x+1)}.$$

Exempel 5.7 Förenkla...

$$\frac{\frac{2}{a^2} - \frac{b}{a}}{\frac{b^2}{a} - \frac{2b}{a^2}} = \dots = -\frac{1}{b}$$

Exempel 5.8 Förenkla...

$$\frac{(e^{2a} - e^{a+b})}{e^a} = e^{-a} (e^{2a} - e^{a+b}) = e^a - e^b.$$

Exempel 5.9 Givet uttrycket (funktionen)

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}\sqrt{1-\sqrt{2-x}}}{\sqrt{\sqrt{x-1}+1} - \sqrt{1-\sqrt{x-1}}}.$$

- (a) För vilka x är uttrycket definierat?
- (b) Förenkla uttrycket.

Lösning:

- (a) Vi ser att roten $\sqrt{2-x}$ kräver att $x \leq 2$ och roten $\sqrt{x-1}$ att $x \geq 1$, alltså att $1 \leq x \leq 2$. Vi ser att de andra inblandade rötterna tillåter dessa x .
Svar: $1 \leq x \leq 2$ eller $D_f = \{x : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

- (b) Förenkling av uttrycket. Vi ser att

$$(\sqrt{1+\sqrt{x-1}} - \sqrt{1-\sqrt{x-1}})^2 = 2 - 2\sqrt{2-x}$$

alltså lika med täljaren i kvadrat. Alltså är $f(x) = 1$.