

Potenser

2. 1 För vilka a, och b är potenen a^b definierad?

- Ex 1. $2^4=4^2$. Man kan visa att det är de enda olika positiva heltal a och b, sådana att $a^b=b^a$. I allmänhet är $a^b \neq b^a$. D.v.s. operationen $a*b:=a^b$ är inte kommutativ.

```
{2^4, 4^2, (-4)^(1/2), (8)^(1/3) // Simplify // ExpToTrig,
(-8)^(1/3) // Simplify // ExpToTrig}
```

```
{16, 16, 2 i, 2, 1 + i sqrt(3)}
```

- $a^b=a \cdot a \cdot a \dots \cdot a$, b st faktorer a, om exponenten b är ett positivt heltal.

Räkneregler Dessa illustreras med positiv heltalsexponent men gäller så snart potenserna är definierade.

- Ex.vis är $a^3 a^4 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^{3+4}$.

- Gemenam bas. Jämför med en logaritmlag.

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$, $\lg(\alpha \cdot \beta) = \lg \alpha + \lg \beta$. I logaritmlagen är basen a=10. Ex.vis är $10^{\lg a} = a$ men $10^{-2 \lg a} = (10^{\lg a})^{(-2)} = a^{-2}$.

- Gemensam exponent $(ab)^x = a^x a^y$

- För vilka a och b gäller räknereglererna? Svar: Räkna på!

- Ex2.

```
Simplify[ (8 / 3 s^2 (t^(-1))^4)^3 / (4 s / (3 t^3))^4 ]
```

```
6 s^2
```

2.2 Kvadratrot $\sqrt{x} \equiv x^{1/2}$ är bara definierad för $x \geq 0$.

- Ex 3. Tag ex.vis $x=3$ och $x=-3$.

```
{sqrt(x^2), (sqrt(x))^2}
```

```
{sqrt(x^2), x}
```

- Ex 4 Betydelsen av $\sqrt[n]{x} \equiv x^{1/n}$. Kubikrot. Kubikroten ur ett negativt tal.

```
{2^(1/3.0), 1.2599210498948732^3, (-8)^(1/3.0)}
```

```
{1.25992, 2., 1. + 1.73205 i}
```

■ E 5 a)

$$a^0 == 1$$

True

■ Ex 5 b)

$$\frac{1}{4^x} === 4^{-x}$$

True

■ Ex 5c)

```
{{E^(x^2) === (E^(x))^2}, {E^(2 x) === (E^(x))^2}, {E^(2 x) === (E^(2))^x}}
{{False}, {True}, {True}}
```

■ Ex 6 Följande funktion växer himla snabbt.

$$f[x_] := x^x^x$$

```
Table[f[x], {x, 1, 3}] // N
```

```
{1., 16., 7.6256 × 1012}
```

■ Ex 7 Potensfunktion och exponentialfunktion, en jämförelse.

$$f[x_] := x^3$$

$$g[x_] := 1.1^x$$



